

Calcul de dérivées, tangente, première partie.

Un logiciel de calcul formel permet de trouver les dérivées des fonctions. Par exemple, utilisation de Xcas pour calculer la dérivée de x^2 . Rappels : penser à indiquer toutes les opérations ; la puissance est le ^, ctrl + entrée pour valider une ligne, utiliser := pour définir une fonction.

Vous pouvez également utiliser GEOGEBRA en tapant $f'(x)$ après avoir préalablement saisi $f(x)$

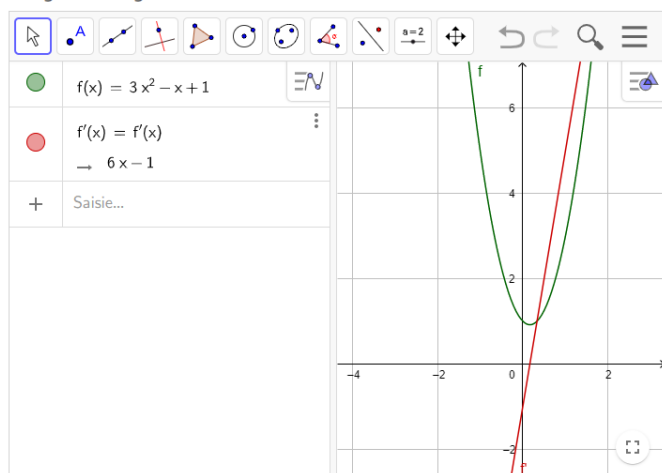
Xcas et geogebra possèdent des versions en ligne :

<https://www.geogebra.org/m/G8Fs6ybQ>

Géogebra en ligne

Auteur : LACOMME

Géogebra en ligne



Il existe plusieurs versions de xcas en ligne mais elles ne fonctionnent pas toutes avec tous les navigateurs.

Version compatible avec mozilla : https://www.xcasenligne.fr/giac_online/demoGiacPhp.php

Liste des ordres à connaître : **derive, expand, simplify, factor**

Rechercher les fonctions dérivées des fonctions de base :

Faire un tableau des dérivées des fonctions de base :

<u>Fonction</u>	<u>Fonction dérivée</u>	<u>Ensemble de définitions</u>
$ax + b$		
x^2		
x^3		
x^n		
$\cos(x)$		
$\sin(x)$		
$\exp(x)$		
$\ln(x)$		
$\frac{1}{x}$		
\sqrt{x}		

Il y en a d'autres que vous pourrez rajouter par la suite

Opérations sur les dérivées :

Dérivée du produit d'une fonction par un nombre : $(\alpha \times f)' = \alpha \times f'$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$

Dérivée de la somme : $(f + g)' = f' + g'$

EN général, on étudie le signe de la dérivée. Il faut donc simplifier et factoriser votre dérivée (si cela est possible). **xcas** a une commande pour factoriser (**factor**). Vous pouvez également utiliser la commande **simplify**.

Pour chacune de ces fonctions, vous calculerez sa dérivée (vous vérifierez votre résultat en utilisant maxima).

$$f(x) = -3x^2 + 4x + 1$$

$$l(x) = -3x^2 + 2x + 1$$

$$w(x) = \ln(x) + 2x^2$$

$$g(x) = -x^3 + x + 1$$

$$r(x) = x^3 - 3x^2 + x + 1$$

$$l(x) = 4x - e^x$$

$$h(x) = 2x^3 + x^2 - 13x + 6 \quad w(x) = x^4 - 3x^2 + 1$$

Dérivée du produit : $(f \times g)' = f' \times g + f \times g'$

Exemple : calcul de la dérivée de la fonction $g(x) = \cos(x) \times (x + 3)$

$$g'(x) = -\sin(x) \times (x + 3) + \cos(x) \times 1 = \cos(x) - (x + 3)\sin(x)$$

Pour chacune de ces fonctions, vous calculerez sa dérivée (vous vérifierez votre résultat en utilisant maxima).

$$f(x) = (3x^2 + 4) \times (x + 1)$$

$$h(x) = (2x + 3) \times e^x$$

$$w(x) = (3x^2 + 1) \times \ln(x)$$

$$g(x) = \cos(x) \times \sin(x)$$

$$z(x) = \cos(x) \times e^x$$

Dérivée du quotient : $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \times g - f \times g'}{g^2}$

Exemple : calcul de la dérivée de la fonction $g(x) = \frac{(x+3)}{e^x}$

$$g'(x) = \frac{1 \times e^x - (x + 3) \times e^x}{(e^x)^2} = \frac{e^x(1 - (x + 3))}{(e^x)^2} = \frac{e^x(-x - 2)}{(e^x)^2}$$

Pour chacune de ces fonctions, vous calculerez sa dérivée (vous vérifierez votre résultat en utilisant maxima).

$$f(x) = \frac{(x + 3)}{(x - 4)}$$

$$k(x) = \frac{(x^2 + 3)}{x}$$

$$h(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$$

$$l(x) = \frac{e^x}{x}$$

$$w(x) = \frac{\ln(x)}{x}$$

Equation de la tangente en a :

Formule : $T_a \quad y = f'(a)(x - a) + f(a)$

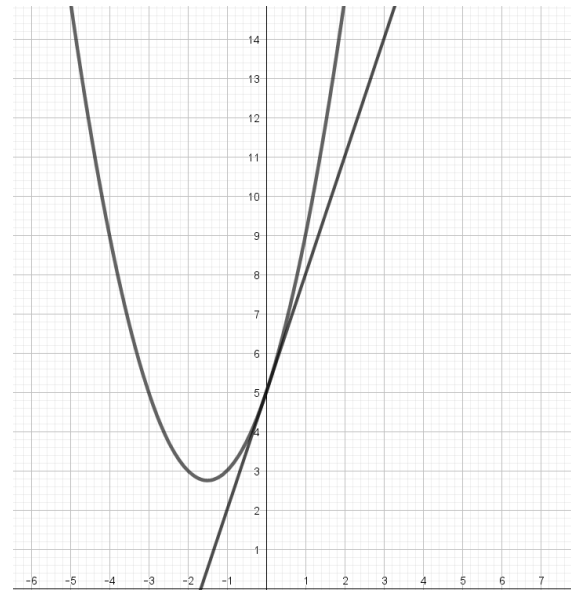
Exemple avec $f(x) = x^2 + 3x + 5$

$$f'(x) = 2x + 3 \text{ en } a=0$$

$$T_0 \quad y = f'(0)(x - 0) + f(0) = 3x + 5$$

$$T_0 \quad y = 3x + 5$$

Vérification avec GEOGEBRA



Reprendre vos dérivées et trouver quelques équations de tangentes en $a=0$. Utiliser votre calculatrice pour représenter la fonction ainsi que la tangente afin de vérifier