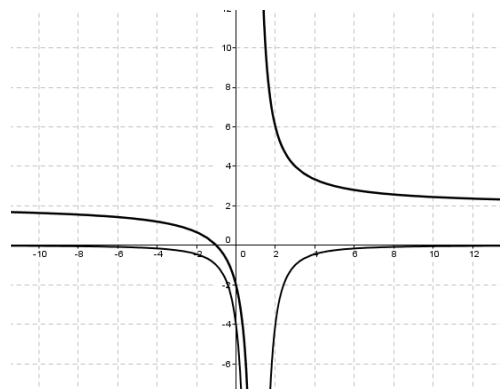
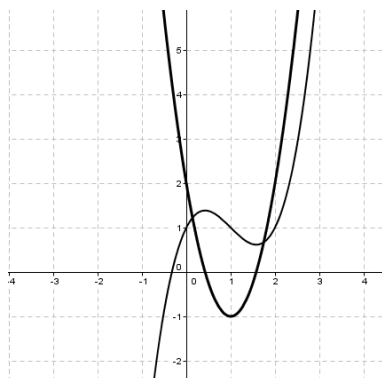


Evaluation sur le sens de variations.

Exercice 1 : un peu de graphique (2 points).

Indiquer, sur le texte la courbe qui correspond à la fonction ainsi que celle qui correspond à sa dérivée.



Exercice 2 : un peu de technique (5 points)

Calculer les fonctions dérivées des fonctions définies par :

$$f(x) = x^2 + 4x + 2 \qquad g(x) = x\sqrt{x} \qquad h(x) = \frac{2x-3}{2x+5}$$

En utilisant la formule : $(g(ax + b))' = a g'(ax + b)$

$$t(x) = (4x + 2)^2 \quad \text{et} \quad w(x) = \sqrt{2x + 1}$$

Exercice 3 : études de fonctions.

Dans un exercice, la question « étudier le sens de variation d'une fonction » signifie les questions suivantes :

1. Donner l'ensemble de définition.
2. Calculer la fonction dérivée.
3. Etudier le signe de la fonction dérivée.
4. Dresser le tableau de variations.

72 1. Étudier les variations de la fonction h définie et dérivable sur $[-4; 3]$ par $h(x) = 3x^3 + 11x^2 + 5x$

2. En déduire le nombre de solution de $h(x) = 3$.

3. À l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée à 10^{-2} près de la plus grande des solutions et les valeurs exactes des autres solutions.

4. Résoudre l'inéquation $h(x) > 3$.

71 Étudier les variations d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $[-4; 4]$ par $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$.

1. Étudier le sens de variation de f sur $[-4; 4]$.
2. Donner, s'ils existent, le minimum et le maximum de f sur $[-4; 4]$.
3. Donner une fenêtre graphique adaptée à la représentation graphique de f sur une calculatrice.
4. Donner un encadrement de $f(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[0; 4]$.

Exercice 3 : donner l'équation d'une tangente (3 points).

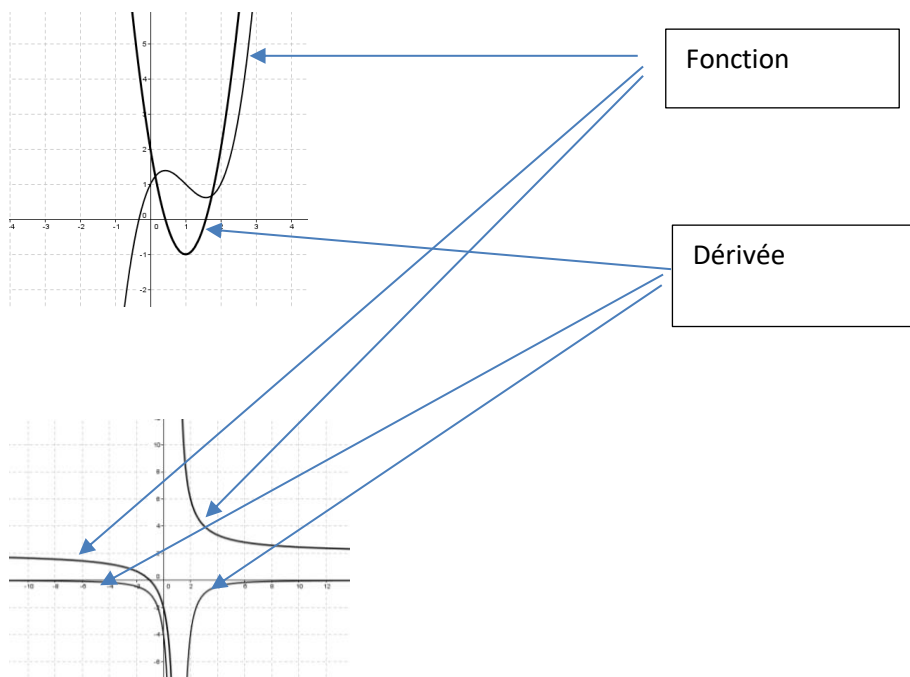
En utilisant la formule du cours : $T_a : y = f'(a)(x - a) + f(a)$

Donner l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point $a=1$ de la fonction f définie par :

$$f(x) = x^2 + 1$$

Eléments de correction (sur 26 points).

Exercice 1 (1+1 points):



Exercice 2 : un peu de technique (5*1 points)

$$f'(x) = 2x + 4 \quad g'(x) = \sqrt{x} + x \frac{1}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}} = \frac{3x}{2\sqrt{x}} = \frac{3\sqrt{x}}{2} \quad h'(x)$$

$$= \frac{2x-3}{2x+5} = \frac{2(2x+5)-(2x+3)2}{(2x+5)^2} = \frac{4x+10-4x-6}{(2x+5)^2} = \frac{4}{(2x+5)^2}$$

$$t'(x) = 4 \times 2(4x + 2) = 8(4x + 2) \quad \text{et} \quad w'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+1}} = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$$

Exercice 2 (9 points)

71 1. $f'(x) = \frac{4-x^2}{(x^2+4)^2}$. D'où le tableau de variation

x	-4	-2	2	4			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$-\frac{1}{5}$		$-\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{5}$

2. Minimum de f : $-\frac{1}{4}$; maximum de f : $\frac{1}{4}$.

3. On pourra prendre
 $x_{\min} = -4$, $x_{\max} = 4$, $y_{\min} = -0,5$ et
 $y_{\max} = 0,5$ par exemple.

4. $f(0) = 0$. Des variations, on déduit que
 $0 \leq f(x) \leq \frac{1}{4}$ pour tout x de $[0; 4]$.

Dérivée : 1 point

Etude : 2points Numérateur et dénominateur

Tableau : 3points (1 point par ligne)

1 point

1 point

1 point

Exercice 3 (10 points):

72 1. $h'(x) = 9x^2 + 22x + 5$ sur $[-4; 3]$.

$$x_0 = \frac{-11 - 2\sqrt{19}}{9} \approx -2,19 \text{ et}$$

$$x_1 = \frac{-11 + 2\sqrt{19}}{9} \approx -0,25$$

sont les solutions de $h'(x) = 0$. D'où :

x	-4	x_0	x_1	+4	
signe de $h'(x)$	+	0	-	0	+
$h(x)$	-36	$\nearrow M$	$\searrow m$	$\nearrow$	

$M = f(x_0) \approx 10,3$ et $m = f(x_1) \approx -0,61$.

2. L'équation $h(x) = 3$ admet 3 solutions.

3. La plus grande des solutions est comprise entre $-0,25$ et 1 . À l'aide de la calculatrice, cette solutions α est environ $0,33$, à 10^{-2} près, car $0,33 < \alpha < 0,34$.

x	Y1
0.32	2.8247
0.33	2.9557
0.34	3.0895
0.35	3.2261

Les deux autres solutions sont -3 et -1 .

4. L'ensemble des solutions est

$] -3; -1[\cup] \alpha; +\infty[$.

Dérivée : 1point

Etude (delta) : 1,5 points

Tableau : 3 points (1 point par ligne)

1 point

Equation : 0,5 point

Solution 1 point

1 point

1 point