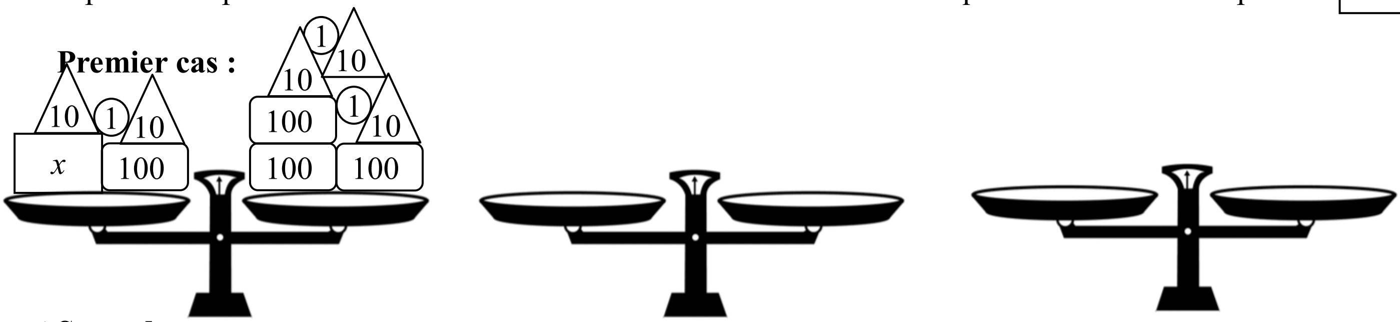
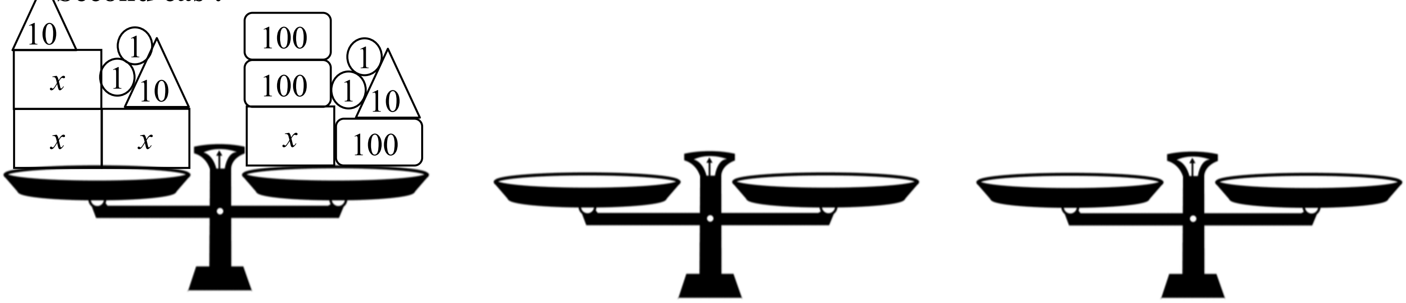
Accompagnement personnalisé : résolution d'in-équation, calculs sur les fonctions

<u>Exercice 1 :</u> (*Lien entre équation et un équilibre sur une balance*)
Voici ci-dessous une balance en équilibre :
Déplacer des poids et effectuer des calculs afin de déterminer dans chaque cas la masse x du poids $\boxed{x}$.

Premier cas :



Second cas :



Méthode pour résoudre une équation du premier degré : On **isole** x.

- Commencer par mettre dans le même membre tous les <u>termes en x</u> et dans le second tous les termes constants.

Pour cela, on raisonne en terme **d'opération inverse** :

- Pour "effacer" une multiplication par un nombre a, il faut diviser par a (c'est à dire multiplier par l'inverse)
- Pour "effacer" une addition de a, il faut soustraire a (autrement dit ajouter l'opposé).

Exemple : $\underline{3x}-4=\underline{2x}+1 \Leftrightarrow \underline{3x}-\underline{2x}=4+1 \Leftrightarrow \underline{x}=5$.

Exemple : $\mathbf{2}\times x=9 \Leftrightarrow x=\frac{9}{\mathbf{2}}$.

Exemple : $x+\mathbf{2}=9 \Leftrightarrow x=9-\mathbf{2}$.

<u>Exercice 2 :</u> (*Savoir résoudre une **équation en** reconnaissant **l'opération inverse** qui permet d'isoler x*)
Dans chacun des cas suivants, repérer l'opération inverse à effectuer sur chaque membre pour passer d'une ligne à l'autre :

Cas 1 : $5-6x=3+2x$.

$5-6x$………. = ……………………… ……………………………………………

…………………… = ……………………… ……………………………………………

…………………… = ……………………… ……………………………………………

…………………… = ……………………… ……………………………………………

…………………… = ……………………… ……………………………………………

…………………… = ……………………… ……………………………………………

Conclure : $S=\{......\}$. Remarque : S signifie "l'ensemble des solutions".

Cas 2 : $2x+7=4-3x$.

…………………… = ……………………… ……………………………………………

…………………… = ……………………… ……………………………………………

…………………… = ……………………… ……………………………………………

…………………… = ……………………… ……………………………………………

…………………… = ……………………… ……………………………………………

…………………… = ……………………… ……………………………………………

Conclure : $S=\{......\}$.

Exercice 3 : (*Savoir résoudre une équation du premier degré*)
En vous aidant de la méthode ci-dessus et en prenant garde à l'opération inverse, résoudre les équations suivantes :

1/ $3x=8$. 2/ $x+6=9$. 3/ $x-5=3$. 4/ $3x+4=5x-2$. 5/ $3x=0$. 6/ $\frac{x}{2}=5$. 7/ $2x-6=4+7x$.

Méthode pour mettre au même dénominateur :
Etape 1 : Lister tous les dénominateurs (en bas du trait de fraction)
Etape 2 : Chercher un entier multiple commun à tous ces dénominateurs,
Etape 3 : Multiplier chaque fraction "en haut et en bas" par le nombre permettant d'obtenir "en bas" ce dénominateur commun.

Exemple : $\frac{x}{2}-\frac{1}{3}=\frac{5}{4}$
2, 3 et 4 : 12 est un multiple commun
$\frac{x\times 6}{2\times 6}-\frac{1\times 4}{3\times 4}=\frac{5\times 3}{4\times 3}$, soit $\frac{6x}{12}-\frac{4}{12}=\frac{15}{12}$

Exercice 4 : (*Savoir résoudre une **équation** du premier degré avec des **fractions***)
Résoudre les équations suivantes :

1/ $\frac{x}{3}-\frac{1}{6}=1$. 2/ $\frac{2}{5}+\frac{x}{4}=\frac{x}{2}-1$. 3/ $\frac{2x+5}{3}=2+\frac{x}{2}$. 4/ $\frac{1}{2}-\frac{3x+4}{6}=x$. 5/ $3-\frac{2-x}{3}=x-\frac{1+x}{2}$.

Méthode pour résoudre une inéquation du premier degré : On **isole** x.
- Commencer par mettre dans le même membre tous les termes en x et dans le second tous les termes constants.

Pour cela, on raisonne en terme **d'opération inverse** :
- Pour "effacer" une multiplication par un nombre a,
  il faut diviser par a (c'est à dire multiplier par l'inverse)
- Pour "effacer" une addition de a,
  il faut soustraire a (autrement dit ajouter l'opposé).
- **Attention !** Lors de la division ou de la multiplication par un nombre négatif, **l'ordre change**

Exemple : $3x-4 \geqslant 2x+1$
$\Leftrightarrow 3x-2x=4+1 \Leftrightarrow x=5$.

Exemple : $2\times x<9 \Leftrightarrow x<\frac{9}{2}$.

Exemple : $x+2>9 \Leftrightarrow x>9-2$.

Exemple : $-2\times x<9 \Leftrightarrow x>\frac{9}{-2}$.

Exercice 5 : (*Savoir repérer **l'opération inverse** pour résoudre une **in-équation***)
1/ Reproduire les schémas ci-dessous en trouvant les opérateurs manquants au-dessus des flèches et en indiquant sous les flèches : « **conserve l'ordre** » ou « **inverse l'ordre** ».

a/ $x+3 \xmapsto[\dots]{\dots} x$ b/ $-4x \xmapsto[\dots]{\dots} x$

c/ $2x+4 \xmapsto[\dots]{\dots} \dots \xmapsto[\dots]{\dots} x$ d/ $\frac{1}{2}-\frac{x}{3} \xmapsto[\dots]{\dots} \dots \xmapsto[\dots]{\dots} x$

2/ En déduire la résolution de $x+3<4$, $-4x\geqslant 0$, $2x+4>5$ et $\frac{1}{2}-\frac{x}{3}\leqslant -1$.

Exercice 6 : (*Résolution d'inéquations simples du premier degré*)
Résoudre les inéquations suivantes et conclure en utilisant un intervalle :

1/ $-x+5 \geqslant 6$ 2/ $-3x>9$ 3/ $2-3x\leqslant x+5$ 4/ $4x-\frac{x+3}{2}>1$ 5/ $8(3x-5)-5(3x-8)<4(3x-1)+16$

Exercice 7 : (*Correction d'erreurs sur une **inéquation***)
Le tableau ci-dessous propose des résolutions de l'inéquation $4-3x>-8$.
1/ Une seule colonne contient la bonne solution, laquelle ?
2/ Trouver dans les autres colonnes les erreurs commises.

A	B	C	D	E
$-3x<-4-8$ $-3x<-12$ $x<-\frac{12}{3}$ $x<-4$	$-3x>-4-8$ $-3x>-12$ $x<\frac{-12}{-3}$ $x<4$	$(4-3)x>-8$ $x>-8$	$4+8<3x$ $12<3x$ $\frac{12}{-3}<x$ $-4<x$	$-3x>-8-4$ $-3x>-12$ $x>\frac{-12}{-3}$ $x>4$

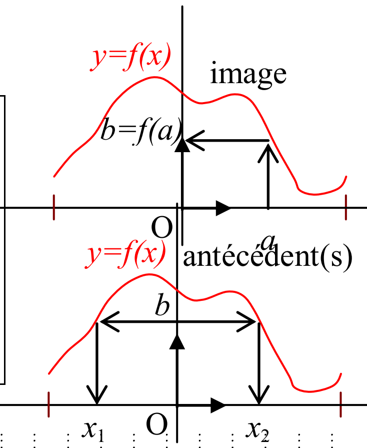
Méthode pour calculer images et antécédents par une fonction :
● Pour calculer l'**image** de a par f, il suffit de **remplacer** tous les x par a.
● Pour calculer les **antécédents** de a par f, il suffit de **résoudre l'équation** $f(x) = a$.

Exemple : $f(x) = 3x - 5$
Image de 4 : $f(4) = 3\times4 - 5 = 12 - 5 = 7$.
Antécédent(s) de 4 : $f(\boldsymbol{x}) = 4 \Leftrightarrow 3\boldsymbol{x} - 5 = 4 \Leftrightarrow 3\boldsymbol{x} = 4+5 \Leftrightarrow \boldsymbol{x} = \frac{9}{3} \Leftrightarrow \boldsymbol{x} = 3$.

<u>Exercice 8 :</u> (*Savoir calculer une **image** ou un **antécédent** d'une **fonction***)
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3 - 4x$.
1/ Déterminer l'ensemble de définition de f.
2/ Calculer l'image de 2 par f.
3/ Calculer les antécédents de 2 par f.
4/ Est-il vrai que $\frac{5}{8}$ est un antécédent de $\frac{1}{2}$?

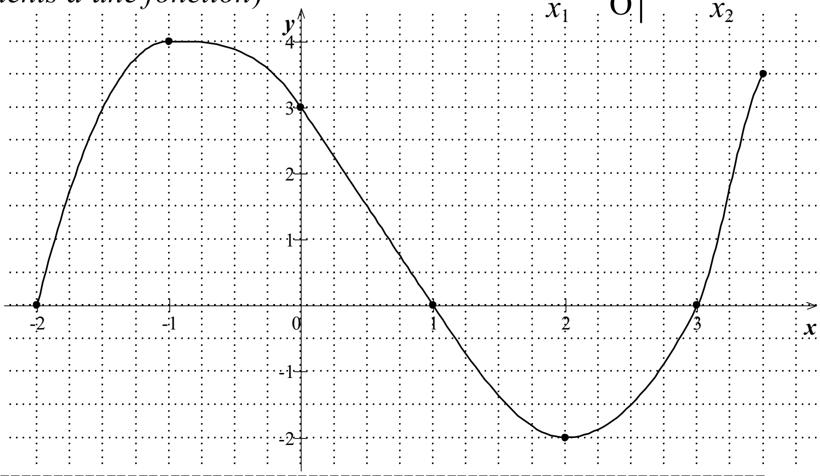
<u>Exercice 9 :</u> (*Savoir calculer une **image** ou un **antécédent** d'une **fonction***)
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5 - x^2$.
1/ Déterminer l'ensemble de définition de f.
2/ Calculer l'image de 3 par f.
3/ Calculer les antécédents de 1 par f. Indication : $x^2 = a \Leftrightarrow x = \sqrt{a}$ ou $x = -\sqrt{a}$.
4/ Est-il vrai que $-\frac{3}{2}$ est un antécédent de $\frac{11}{4}$?

Si maîtriserez déjà les savoir-faire précédents voici les futurs savoirs du chapitre:



Méthode pour lire les images et antécédents par une fonction :
Pour l'image de a par f :
● Dans un repère orthogonal, on repère a sur l'axe des abscisses et on trace la verticale jusqu'à la courbe et on lit **l'image sur l'axe des ordonnées**.
Pour les antécédents de b par f :
● Dans un repère orthogonal, on repère b sur l'axe des ordonnées et on trace l'horizontale. Si elle coupe la courbe, on lit **les antécédents sur l'axe des abscisses**.

<u>Exercice 10 :</u> (*Savoir lire des images et des antécédents d'une fonction*)
Soit f la fonction définie par la courbe ci-contre.
1/ Lire les images par f de –2 ; -1 et 2.
2/ Lire l(es) antécédent(s) de 0.
3/ Pour quelles valeurs de x le point de coordonnées (x;3) appartient à la courbe ?
4/ Lire $f(1)$.
5/ Résoudre $f(x) = 1$.
6/ Résoudre $f(x) = -1$ puis $f(x) = 5$.
7/ Donner l'ensemble de définition de f.



<u>Réponses partielles :</u>
I/ 1/ S={211}. 2/ S={290}.
II/ 1/ S={1/4}. 2/ S={-3/5}.
III/ 1/ S={8/3}. 2/ S={-3}. 3/ S={8}. 4/ S={3}. 5/ S={0}. 6/ S={10}. 7/ S={-2}.
IV/ 1/ S={7/2}. 2/ S={28/5}. 3/ S={2}. 4/ S={-1/9}. 5/ S={17}.
V/ 2/ $x < 1$; $x \geqslant 0$; $x > \frac{1}{2}$; $x \geqslant -\frac{3}{2}$.
<u>VI/</u> 1/ $x \leqslant -1$: S=]-∞;-1] 2/ $x < -3$: S=]-∞;-3[3/ $x \geqslant -\frac{3}{4}$ $S = \left[-\frac{3}{4} ; +\infty\right[$ 4/ $x > \frac{8}{7}$: $S = \left]\frac{8}{7} ; +\infty\right[$ 5/ $x > -4$: S=]-4:+∞[.
<u>VII/</u> 2/B
<u>VIII/</u> 1/ $\mathbb{R}$ 2/ $f(2) = -5$ 3/ $f(x) = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$. 4/ $f\left(\frac{5}{8}\right) = \frac{1}{2}$: vrai.
<u>IX/</u> 1/ $\mathbb{R}$ 2/ $f(3) = -4$ 3/ $f(x) = 1 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -2$. 4/ $f\left(\frac{5}{8}\right) = \frac{1}{2}$: vrai.
<u>X/</u> [-2;3.5] ; $f(2) = 0$; $f(-1) = 4$; $f(2) = -2$; -2, 1, 3 ; -1.5, 0, 3.4 ; 0 ; $S = \{-1.9 ; 0.8 ; 3.2\}$; $S = \{1.6 ; 2.7\}$; $S = \varnothing$.