

Nombre et calculs 6. Tableau de signes et résolution algébrique d'inéquation

I/ Résolution d'inéquation de degré 1 et signe de $ax + b$

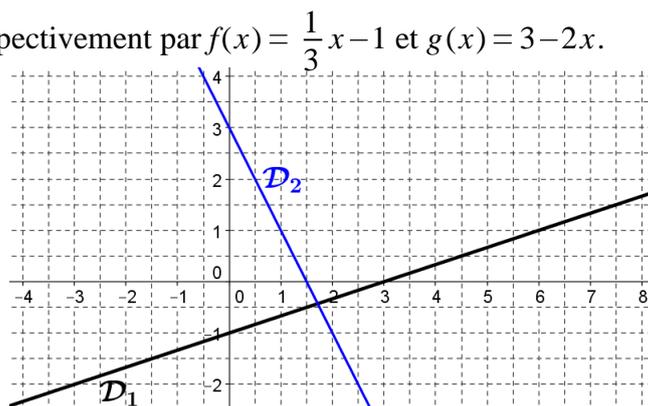
1/ Exemples introductifs

Ci-contre sont représentées deux fonctions f et g définies respectivement par $f(x) = \frac{1}{3}x - 1$ et $g(x) = 3 - 2x$.

1/ Quelle droite tracée ci-contre représente f et pourquoi ?

.....

2/ Colorier en vert les abscisses des points de \mathcal{D}_1 ayant une ordonnée strictement négative et en rouge les abscisses des points de \mathcal{D}_1 ayant une ordonnée strictement positive.



3/ Pour résumer les informations précédentes, on utilise en mathématiques un tableau, appelé tableau de signes, en plaçant dans un tableau les symboles +, - et 0 pour indiquer le signe de l'expression.

Compléter le tableau de signes de $f(x) = \frac{1}{3}x - 1$ ci-dessous :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$\frac{1}{3}x - 1$

4/ De même, quel sera le tableau de signes de $g(x) = 3 - 2x$?

x	$-\infty$...	$+\infty$
$3 - 2x$

5/ Comment peut-on utiliser le tableau de signe de f pour résoudre directement l'inéquation $\frac{1}{3}x - 1 < 0$?

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$\frac{1}{3}x - 1$	-	0	+

.....

2/ Cas général

Théorème :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
signe de $ax + b$	Signe opposé de a		signe de a

Exercice

Résoudre l'inéquation $7 - 5x \geq 0$ en suivant les 3 étapes suivantes :

Étape 1 : Résoudre $7 - 5x = 0$:

.....

Étape 2 : Dresser le tableau de signes de $7 - 5x$:

Placer d'abord le 0 à l'aide de l'étape 1 :

x	
$7 - 5x$	

Étape 3 : Conclure :

.....

3/ Rappel sur la résolution sans tableau de signe d'une inéquation du premier degré

Règle :

Lors de la résolution d'une inéquation l'ordre change lorsque l'on multiplie ou divise par un nombre négatif.

Exemple : Résoudre l'inéquation $5 - 3x > 0$.

$$5 - 3x > 0 \text{ (positif : "+")} \Leftrightarrow -3x > -5 \Leftrightarrow x < \frac{-5}{-3} \Leftrightarrow x < \frac{5}{3}. S =]-\infty; \frac{5}{3}[.$$

II/ Signe d'un produit

Méthode : Pour étudier le signe d'un produit, on peut indiquer dans un tableau le signe de chaque facteur, puis déterminer le signe du produit à l'aide de la règle des signes.

Exercice :

Dresser le tableau de signe de $(x+3)(2-x)$:

.....
.....

x	$-\infty$	$+\infty$
$(x+3)$
$(2-x)$
$(x+3)(2-x)$

III/ Résolution d'inéquation produit

Méthode : Pour résoudre une inéquation produit :

1/ Dans un même tableau de signes, commencer par étudier le signe de chacun des facteurs.

2/ En déduire le signe du produit dans une dernière ligne.

3/ Utiliser cette dernière ligne pour trouver les solutions de l'inéquation.

Exercice :

Résoudre l'inéquation $(2x+5)(6-3x) \geq 0$.

.....
.....

x	$-\infty$	$+\infty$
...
...
...