Compétences à maîtriser pour le CCF sur le programme de seconde année

Résolution d'équation différentielle :

Savoir résoudre à la main une équation différentielle homogénè de la forme $ay'+by=\mathbf{0}$ avec la formule de cours : $y(t)=Ke^{-\frac{b}{a}t}$, avec $K\in\mathbb{R}$.

Savoir déterminer à la main une équation différentielle homogène de la forme $ay'+by=\mathbf{0}$ avec une condition initiale : $y(t_0)=y_0$. $y(t)=Ke^{-\frac{b}{a}t}$, avec K trouvé en résolvant $Ke^{-\frac{b}{a}t_0}=y_0$.

Exemple :

$2y'+3y=0$ tel que $y(1)=4$:

$a=2$ et $b=3$ donc $y(t)=Ke^{-\frac{3}{2}t}$, avec $K\in\mathbb{R}$.

De plus $y(1)=4 \Leftrightarrow Ke^{-\frac{3}{2}\times 1}=4 \Leftrightarrow Ke^{-\frac{3}{2}}=4 \Leftrightarrow K=\dfrac{4}{e^{-\frac{3}{2}}} \Leftrightarrow K=4e^{\frac{3}{2}}$.

Ainsi, $y(t)=4e^{\frac{3}{2}}\times e^{-\frac{3}{2}t}$.

Savoir résoudre sur Xcas une équation différentielle de la forme $ay'+by=c$ avec une condition initiale $y(s)=v$:

Une telle résolution s'obtient sur Xcas grâce à l'instruction : desolve([equation_differentielle,condition],inconnue).

Exemple :

$2y'+3y=e^{-6x}$ tel que $y(0)=4$:

desolve([2*y'+3*y=e^(-6*x),y(0)=4],y) renvoie $\dfrac{-\exp(-6x)+37\exp\left(-3\frac{x}{2}\right)}{9}$.

Résolution d'(in)équation :

Savoir résoudre une (in)équation de manière exacte avec l'instruction Xcas : solve(equation,inconnue).

Exemple :

solve(4*t^2+9t-5/2=0,t) renvoie [-5/2 ,1/4] : les deux solutions $-\dfrac{5}{2}$ et $\dfrac{1}{4}$.

Savoir résoudre une équation de manière approchée avec l'instruction Xcas : fsolve(equation,inconnue).

Exemple :

fsolve(4*t^3-9t-5/2=0,t) renvoie [-1.33483192032,-0.288443761958,1.62327568228] : les trois solution solutions sont proches de -1.33483192032, -0.288443761958 et 1.62327568228.

Savoir trouver une valeur approchée d'un nombre :

- soit remplacer un entier par un flottant,
- soit utiliser l'instruction evalf(nombre).

Étude de fonction grâce à Xcas :

Savoir affecter une valeur (numérique ou algébrique) à une variable :

L'affectation se fait sur Xcas à l'aide des deux symboles :=

Savoir calculer la limite d'une fonction f :

Par exemple en $+\infty$, il suffit de saisir sur Xcas : limit(f(t),t,+inf).

Chaîne de Markov:

Savoir modéliser sous forme d'un graphe probabiliste un ensemble de phrases explicitant la probabilité de passer d'un site Web à un autre.

Savoir écrire la matrice de transition associée à un graphe probabiliste.

Savoir saisir une matrice sur Xcas M:=[[a,b,c],[d,e,f]].

Savoir utiliser une puissance d'une matrice pour obtenir une probabilité demandée ou obtenir le classement des sites par pertinence.

Transformée en Z :

Savoir lire la transformée en Z d'un signal causal discret usuel à partir du tableau de cours donné.

Savoir calculer la transformée en Z d'un signal causal discret avec l'instruction Xcas : ztrans(signal,variable,z).

Exemple :

ztrans(2*n^2-3,n,z) renvoie $\frac{-3z^3+8z^2-z}{z^3-3z^2+3z-1}$.

Savoir décomposer en éléments simples une fonction rationnelle avec l'instruction Xcas : partfrac(expression).

Exemple :

partfrac((5*z+6)/((z+2)*(z-1)^2)) renvoie $\frac{11}{3\times(z-1)^2}+\frac{4}{9(z-1)}-\frac{4}{9(z+2)}$.

Savoir lire l'original d'une transformée en Z d'une fonction à partir du tableau de cours donné.

Savoir calculer l'original d'une transformée en Z d'une fonction avec l'instruction Xcas : invztrans(fonction,variable,n).

Exemple :

invztrans((2z+3)/(z-1)^2,z,n) renvoie (5*n-3)*Heaviside(n-1).

Savoir obtenir à la main l'expression d'une transformée en Z à partir d'une relation de récurrence.