

DM n°1 - Correction

A) 1) $m \in \mathbb{O}$

$u \leftarrow 2$

Tant que $n \leq 19$ (Δ $u_{19} = 20^{\text{ième}}$ terme)

$$u \leftarrow \frac{1}{2}u + 3$$

$$n \leftarrow n + 1$$

Fin tant que

Afficher u

1

2) $m \in \mathbb{O}$

$u \leftarrow 2$

Tant que $n \leq 50$

$$u \leftarrow \frac{1}{2}u + 3$$

$$n \leftarrow n + 1$$

Afficher u

Fin tant que

1

3) a)

n	0	1	2	3	...
u_n	2	4	5	u_3	...

1

b) $u_2 - u_1 = 1$; $u_2 - u_0 = 2$ donc u n'est pas arithmétique

c) $\frac{u_2}{u_1} = \frac{5}{4}$; $\frac{u_1}{u_0} = 2$ donc u n'est pas géométrique. 1

d) u semble croissante et convergente de limite 6. 1

B) 1) Soit $m \in \mathbb{N}$, $v_{m+1} = u_{m+1} - 6 = \frac{1}{2}u_{m+1} + 3 - 6 = \frac{1}{2}u_{m+1} - 3$
 $= \frac{1}{2}(u_m - 6) = \frac{1}{2}v_m$. Donc v est géométrique de raison $1/2$ et de 1^{er} terme $v_0 = -4$. 1

2) De 1), on a $v_m = -4 \left(\frac{1}{2}\right)^m$. 1

3) $S = v_0 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{21}}{1 - \frac{1}{2}} = -4 \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{21}}{1 - \frac{1}{2}} = -8 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{21}\right)$ 1

4) u semble converger vers 6. $v_m = u_m - 6$ donc $u_m = v_m + 6$ 1

5) $-4 \left(\frac{1}{2}\right)^m \leq 0$ donc $u_m = 6 - 4 \left(\frac{1}{2}\right)^m \leq 6$, $m \in \mathbb{N}$. 1

6) Soit $m \in \mathbb{N}$,

$$u_{m+1} - u_m = 6 - 4 \left(\frac{1}{2}\right)^{m+1} - \left(6 - 4 \left(\frac{1}{2}\right)^m\right) = -4 \left(\frac{1}{2}\right)^{m+1} + 4 \left(\frac{1}{2}\right)^m$$
 1

$$= 4 \left(\frac{1}{2}\right)^m \left(-\frac{1}{2} + 1\right) = 2 \left(\frac{1}{2}\right)^m > 0 \text{ donc } u \text{ est croissante.}$$

Exercice 2

a) Soit $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 - 5x - 2$ 1

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \times 3 \times (-2) = 49$$

$$x_1 = 2 \quad \text{et} \quad x_2 = -\frac{1}{3}$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	2	$+\infty$
-----	-----------	----------------	-----	-----------

$f(x)$		+	0	-	0	+
--------	--	---	---	---	---	---

f		\nearrow	\downarrow	\nearrow
-----	--	------------	--------------	------------

b) Soit $x \in \mathbb{R} \setminus \{4\}$, $g(x) = \frac{(4x-3)(x-4) - (2x^2-9x+3)}{(x-4)^2}$ 1

$$= \frac{2x^2 - 16x + 33}{(x-4)^2}$$

Signe de $2x^2 - 16x + 33$:

$$\Delta = -8 < 0$$

x	$-\infty$		4	$+\infty$
$2x^2 - 16x + 33$		+		+
$(x-4)^2$		+	0	+
$f(x)$		+		+
f		\nearrow		\nearrow

c)

$$m \in \mathbb{O}$$

$$u \in \mathbb{Z}$$

Tant que $u \leq 5,99999$

$$u \in \frac{1}{2} + 3$$

$$m \in m+1$$

Fin tant que

Affixer m