Exemple 17.

Le cas particuler des radicaux : La quantité conjugué !

1. $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n^2+1}-n =$
2. $\lim\limits_{n\to+\infty} 3n-\sqrt{9n^2+1} =$

Ne fonctionne pas ici :

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt{n^2+1} - n = \lim_{n\to+\infty} \sqrt{n^2\left(1+\frac{1}{n^2}\right)} - n$$

$$= \lim_{n\to+\infty} \sqrt{n^2}\sqrt{1+\frac{1}{n^2}} - n = \lim_{n\to+\infty} n\sqrt{1+\frac{1}{n^2}} - n$$

$$= \lim_{n\to+\infty} \underbrace{n}_{+\infty}\underbrace{\left(\underbrace{\sqrt{1+\underbrace{\frac{1}{n^2}}_{0}}}_{1} - 1\right)}_{0} \qquad FI$$

$a>0$

$b>0$

$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}$

$\sqrt{a^2}=a$

$$(a-b)(a+b) = a^2-b^2 \,//\, (\sqrt{a}-b)(\sqrt{a}+b) = a-b^2$$

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt{n^2+1} - n = \lim_{n\to+\infty} \frac{(\sqrt{n^2+1}-n)(\sqrt{n^2+1}+n)}{\sqrt{n^2+1}+n}$$

$$= \lim_{n\to+\infty} \frac{n^2+1-n^2}{\sqrt{n^2+1}+n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+1}+n} = 0$$