

Exemple 1.

Soit u une suite définie par $u_2 = 3$ et $u_{n+1} = 2u_n$, pour tout entier $n \geq 2$.

Démontrer que, pour tout $n \geq 2$, $u_n = 3 \times 2^{n-2}$.

On définit, pour tout $n \in \mathbb{N} \setminus \{0; 1\}$,

$$P(n): " u_n = 3 \times 2^{n-2} "$$

Initialisation: $n=2$

$$u_2 = 3 ; 3 \times 2^{2-2} = 3 \times 2^0 = 3$$

donc $P(2)$ est vraie.

Brouillon:

$$P(2): u_2 = 3 \times 2^{2-2}$$

Hérédité: Soit $n \in \mathbb{N} \setminus \{0; 1\}$, supposons $P(n)$.

Montrons $P(n+1)$.

$$u_{n+1} = 2u_n = 2 \times 3 \times 2^{n-2}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} a^n \times a^p \\ = a^{n+p} \end{array}} = 2^1 \times 3 \times 2^{n-2}$$

$$= 3 \times 2^{n-2+1}$$

donc $P(n+1)$ est vraie.

Brouillon

C	Q
$u_2 = 3$	$P(n+1): u_{n+1} = 3 \times 2^{n+1-2}$
$P(n): u_n = 3 \times 2^{n-2}$	
$u_{n+1} = 2u_n$	

Par récurrence, pour tout $n \in \mathbb{N} \setminus \{0; 1\}$, $u_n = 3 \times 2^{n-2}$.