Exercice 15.

On pose $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1. Donnez la forme algébrique de j^2.
2. Déterminer le discriminent du polynôme : $X^2 + X + 1$.
3. Vérifiez que $1 + j + j^2 = 0$.

---

1) $j^2 = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$= \frac{1}{4} - i\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{4}$

$= \frac{-1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

2)

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 1^2 - 4 \times 1 \times 1$

$= 1 - 4$

$= -3$

3. $1 + j + j^2 = 1 - \frac{1}{2} + \cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}i} - \frac{1}{2} - \cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}i}$

$= 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$

j est une racine de $X^2 + X + 1$