BAC-Vrai ou faux

On considère une suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ dont aucur

On définit alors la suite (v_n) sur $\mathbb{N}$ par $v_n = -\frac{2}{u_n}$.

1. Si (u_n) est convergente, alors (v_n) est convergente.

Faux C. Ex

$$u_n = \frac{1}{n} \xrightarrow[n \to +\infty]{} 0$$

et $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = \lim\limits_{n \to +\infty} -\frac{2}{u_n} = -\infty$

(v_n) diverge

2. Si (u_n) est minorée par 2, alors (v_n) est minorée par -1.

~~Brouillon~~

Vraie

$$u_n \geq 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{u_n} \leq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{u_n} \leq \frac{2}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{u_n} \geq -1$$

$$\Rightarrow v_n \geq -1$$

3. Si (u_n) est décroissante, alors (v_n) est croissante.

Fausse

~~BROUILLON~~

(u_n) décroissante donc

pour $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geq u_{n+1}$

$$\Rightarrow \frac{1}{u_n} \leq \frac{1}{u_{n+1}} \Rightarrow \frac{-2}{u_n} \geq -\frac{2}{u_{n+1}} \Rightarrow v_n \geq v_{n+1}$$

donc (v_n) est décroissante.

4. Si (u_n) est divergente, alors (v_n) converge vers 0.

$$u_n = (-1)^n$$

$$v_n = -\frac{2}{(-1)^n} = -2(-1)^n$$

(v_n) n'a pas de limite.

$\frac{1}{(-1)^n} = (-1)^n$

1er cas : n pair

$(-1)^n = 1$

$\frac{1}{(-1)^n} = \frac{1}{1} = 1 = (-1)^n$

2ème cas n impair

$(-1)^n = -1$

$\frac{1}{(-1)^n} = \frac{1}{-1} = -1 = (-1)^n$