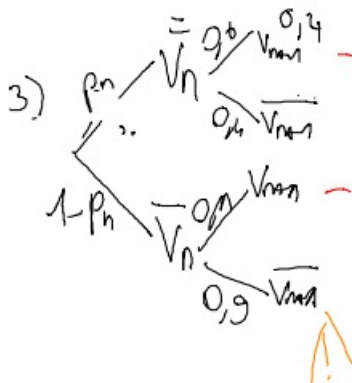


$$1) P(V_2 \cap V_3) = P(V_2) \times P_{V_2}(V_3) \\ = 0,6 \times 0,6 = 0,36$$

$$P(\bar{V}_2 \cap \bar{V}_3) = P(\bar{V}_2) \times P_{\bar{V}_2}(\bar{V}_3) \\ = 0,4 \times 0,9 \\ = 0,36$$

La formule des proba. totales montre que :

$$2) P^3 = P(V_3 \cap V_2) + P(V_2 \cap \bar{V}_3) \\ = 0,36 + P_{V_2}(\bar{V}_3) \\ = 0,36 + 0,04$$

3) 

La formule des proba. totales montre que :

$$P_{m+1} = P(V_{m+1}) = P(V_{m+1} \cap V_m) + P(V_{m+1} \cap \bar{V}_m) \\ = P(V_m) P_{V_m}(V_{m+1}) + P(\bar{V}_m) P_{\bar{V}_m}(V_{m+1}) \\ = p_m \times 0,6 + (1-p_m) \times 0,1 \\ = p_m \times 0,5 + 0,1 - 0,1 p_m \\ = 0,5 p_m + 0,1$$

$$2) U_{m+1} = p_{m+1} - 0,2 = 0,5 p_m - 0,1 = 0,5 (p_m - 0,2) \\ = 0,5 U_m$$

U_m est géométrique de raison $q = 0,5$ et de premier terme $U_1 = p_1 - 0,2 = 0,8$

$$b) U_m = U_1 \times q^{m-1} = 0,8 \times (0,5)^{m-1} \\ p_m = U_m + 0,2 = 0,8 \times (0,5)^{m-1} + 0,2$$

$$c) \lim_{m \rightarrow +\infty} U_m = 0,2 \text{ car } \lim_{m \rightarrow +\infty} (0,5)^{m-1} = 0 \\ \text{car } -1 < 0,5 < 1.$$

À terme, il y a 20% que le sondage soit positif.