Exercice 2.

Déterminer la limite en $+\infty$ et en $-\infty$ de : $g(x) = 2x^2 + 4x + 1$; $h(x) = -3x^4 - x$; et $f(x) = 10^{-3}x^3 - 10^6 - 10x$.

1) $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} 2x^2 + 4x + 1$

$= \lim\limits_{x \to -\infty} 2x^2 \left(\frac{2x^2}{2x^2} + \frac{4x}{2x^2} + \frac{1}{2x^2} \right)$

$= \lim\limits_{x \to -\infty} \underbrace{2x^2}_{+\infty} \underbrace{\left(1 + \underbrace{\frac{2}{x}}_{0} + \underbrace{\frac{1}{2x^2}}_{0} \right)}_{1} = +\infty$

$\boxed{\frac{4x}{2x^2} = \frac{2 \times \cancel{2x}}{x \times \cancel{2x}} = \frac{2}{x}}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \underbrace{-3x^4}_{+\infty} - x = \lim\limits_{x \to -\infty} \underbrace{x^4}_{+\infty} \left(-3 - \frac{x}{x^4} \right)$

$= \lim\limits_{x \to -\infty} x^4 \underbrace{\left(-3 - \frac{1}{x^3} \right)}_{-3} = -\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} -x^4 - x = -\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} 10^{-3}x^3 - 10^6 - 10x = \lim\limits_{x \to -\infty} x^3 \left(10^{-3} - \frac{10^6}{x^3} - \frac{10x}{x^3} \right)$

$= \lim\limits_{x \to -\infty} \underbrace{x^3}_{-\infty} \underbrace{\left(10^{-3} - \underbrace{\frac{10^6}{x^3}}_{0} - \underbrace{\frac{10}{x^2}}_{0} \right)}_{10^{-3}} = -\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} 10^{-3}x^3 - 10^6 - 10x = \lim\limits_{x \to +\infty} \underbrace{x^3}_{+\infty} \underbrace{\left(10^{-3} - \frac{10^6}{x^3} - \frac{10}{x^2} \right)}_{10^{-3}} = +\infty$