Exercice 3.

Montrer que l'équation $x^3+x=1$ admet une unique solution α sur $[0;1]$.

Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

Soit $f : x \longmapsto x^3+x$ définie sur $[0;1]$

* f est continue sur $[0;1]$.

* f est strictement croissante sur $[0;1]$

* $f(0)=0$ et $f(1)=2$

$1 \in [0;2]$ (ou $1 \in [f(0);f(1)]$)

Le corollaire du T.V.I. montre qu'il existe une unique solution α à $f(x)=1$ sur $[0;1]$.

Avec la calculatrice, on constate que $\alpha \in [0{,}68;0{,}69]$.

$\boxed{f \text{ est strictement croissante sur } [0;1]}$

$f'(x)=3x^2+1>0$ sur $\mathbb{R}$ donc f est strictement croissante sur $[0;1]$.