Exercice 4.

Montrer que si A et B sont indépendants alors A et $\bar{B}$ le sont également. Que dire de $\bar{A}$ et $\bar{B}$.

Si A et B indépendants alors $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

$$
\begin{aligned}
P(A \cap \bar{B}) &= P(A)\,P_A(\bar{B}) \\
&= P(A)\left(1 - P_A(B)\right) \\
&= P(A)\left(1 - \frac{P(A \cap B)}{P(A)}\right) \\
&= P(A)\left(1 - \frac{\cancel{P(A)}P(B)}{\cancel{P(A)}}\right) \\
&= P(A)\left(1 - P(B)\right) = P(A)P(\bar{B})
\end{aligned}
$$

On vient de démontrer que $E_1$ indépendant $E_2 \Rightarrow E_1$ ind. $\bar{E_2}$

En appliquant ce résultat à $E_1 = \bar{A}$ et $E_2 = B$.

On obtient $\bar{A}$ indépendant de $B \Rightarrow \bar{A}$ indépendant de $\bar{B}$.