Exercice 4.

Etudier les limites de la fonction

$$f : x \mapsto \frac{-x+3}{(x-1)^2}$$

aux bornes de son domaine de définition.

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\} =]-\infty ; 1[\cup]1 ; +\infty[$

limite en 1 :

$\lim_{x \to 1} -x+3 = 2$

$\lim_{x \to 1} (x-1)^2 = 0^+$ par quotient, $\lim_{x \to 1} f(x) = +\infty$

C_f admet une asymptote verticale en 1.

limite en $-\infty$:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{-x+3}{(x-1)^2} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x\left(\frac{-x}{x} + \frac{3}{x}\right)}{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x\left(-1 + \frac{3}{x}\right)}{x^2\left(\frac{x^2}{x^2} - \frac{2x}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right)}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x} \cdot \frac{\left(-1 + \frac{3}{x}\right)}{\left(1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right)} = 0$$

de même $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$