Exercice 5.

Etudier les limites de la fonction

$$g : x \mapsto \frac{-2x^2+1}{x^2-9}$$

aux bornes de son domaine de définition.

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3 ; 3\}$

Limite en $+\infty$:

- $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{-2x^2+1}{x^2-9} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^2\left(-2+\frac{1}{x^2}\right)}{x^2\left(1-\frac{9}{x^2}\right)}$

$= \lim\limits_{x \to +\infty} 1 \frac{\left(-2+\frac{1}{x^2}\right)}{\left(1-\frac{9}{x^2}\right)} = -2$

Limite en $-\infty$: de même que pour $\lim\limits_{x \to +\infty}$. C_f admet une asymptote horizontale en $+\infty$ et en $-\infty$ d'equation $y = -2$

Limite en -3

x		-3		3	
x^2-9	$+$	0	$-$	0	$+$

$\lim\limits_{x \to -3} -2x^2+1 = -17$

$\lim\limits_{x \to -3^-} x^2-9 = 0^+$

donc $\lim\limits_{x \to -3^-} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to -3^+} x^2-9 = 0^-$

donc $\lim\limits_{x \to -3^+} f(x) = +\infty$

Limite en 3 :

$\lim\limits_{x \to 3} -2x^2+1 = -17$

$\lim\limits_{x \to 3^-} x^2-9 = 0^-$ donc $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to 3^+} x^2-9 = 0^+$ donc $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = -\infty$

C_f admet une asymptote verticale en 3 et -3.