

Exercice 6.

Etudier les limites de la fonction

$$h : x \mapsto \frac{x^2}{x-3}$$

aux bornes de son domaine de définition. On interprétera les résultats en terme d'asymptotes.

x	3
$x < 3$	$- \ 0 \ +$

limite en 3

$$\lim_{x \rightarrow 3} x^2 = 9$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} x-3 = 0^-$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} x-3 = 0^+$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty$$

f_g admet une AV en 3

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x-3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \times 1}{x(1-\frac{3}{x})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \times \frac{1}{1-\frac{3}{x}}$$

\uparrow
 \downarrow
 $+\infty$ \downarrow \downarrow
 $\underbrace{\quad \quad \quad}_{\uparrow}$

$$\text{De même, } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \times \frac{1}{1-\frac{3}{x}} = -\infty$$