

Supposons que $\sqrt{2}$ est rationnelle.

alors ils existent a, b deux entiers

relatifs tels que $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ avec $b \neq 0$ et

$\frac{a}{b}$ irréductible.

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b} \Rightarrow 2 = \frac{a^2}{b^2} \Leftrightarrow 2b^2 = a^2$$

alors a^2 est pair alors a est pair.

il existe $p \in \mathbb{Z}$ tel que $a = 2p$.

$$\text{donc } 2b^2 = (2p)^2 \Rightarrow 2b^2 = 4p^2$$

$$\Rightarrow b^2 = 2p^2$$

ainsi b^2 est pair et b également.

a et b sont pair ce qui contredit avec

l'hypothèse $\frac{a}{b}$ irréductible.