

Exercice 11.

Déterminer les entiers relatifs n tels que $n + 8$ soit divisible par n .

$$m \mid m+8, \text{ alors } \exists k \in \mathbb{Z} \text{ tels que } m+8 = km$$

$$\Rightarrow km - m = 8$$

$$\Rightarrow m(k-1) = 8$$

Donc m divise 8

Donc $m \in \{1, 2, 4, 8, -1, -2, -4, -8\}$

ou Si $a \mid b$ et $a \mid c$ alors $\forall (u, v) \in \mathbb{Z}^2$
 $a \mid ub + vc$.

Appliquons ce résultat à :

$$\begin{array}{l} a = m \\ b = n+8 \\ c = n \\ u = 1 \\ v = -1 \end{array} \quad \text{donc } \begin{cases} n \mid n+8 \\ m \mid n \end{cases} \Rightarrow m \mid m+8 - n$$

$$\Rightarrow m \mid 8$$

$$\{m \in \mathbb{Z}, m \mid m+8\} \subset \{-8, -4, -2, -1, 1, 2, 4, 8\}$$

Montrons que : $\{-8, -4, -2, -1, 1, 2, 4, 8\} \subset \{m \in \mathbb{Z}, m \mid m+8\}$

Si $m = -8$: $m+8 = 0$

$0 = 0 \times (-8)$ donc $-8 \mid 0$ ($m \mid m+8$)

Si $m = -4$: $m+8 = 4$

$4 = (-1) \times (-4)$ donc $m \mid m+8$

Si $m = 2$: $m+8 = 10$

$10 = 2 \times 5$ donc $m \mid m+8$

Si $m = 1$: $m+8 = 9$

$9 = 1 \times 9$ donc $m \mid m+8$

l'ensemble cherché est $\{-8, -4, -2, -1, 1, 2, 4, 8\}$.