1. Transitivité : Si $c|b$ et $b|a$ alors $c|a$.

$c|b \Rightarrow$ il existe $k \in \mathbb{Z}$, $b = ck$

$b|a \Rightarrow$ il existe $k' \in \mathbb{Z}$, $a = bk'$

$a = bk' = ckk' = c(kk')$

donc $c|a$.

$\boxed{a = ck'', k'' \in \mathbb{Z}}$

2. Si $a|b$ et $b|a$ alors $|a| = |b|$.

$a|b \Rightarrow$ il existe $k \in \mathbb{Z}$, $b = ak$

$b|a \Rightarrow$ il existe $k' \in \mathbb{Z}$, $a = bk'$

$a = bk' = akk' \Rightarrow a = akk' \Rightarrow 1 = kk'$

$\Rightarrow k = 1 = k'$ ou $k = -1 = k'$

Si $k = 1 = k'$:

$b = a$ donc $|a| = |b|$

Si $k = -1 = k'$:

$b = -a$ donc $|a| = |b|$

3. Si c divise a et b alors pour tout entiers u et v, c divise $au + bv$.

$c|a$ donc il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que $a = ck$

$c|b$ ——— k' ——— $b = ck'$

Soient u et v deux entiers,

$au + bv = ck \times u + ck' \times v$

$= c(ku + k'v)$

Donc $c | au + bv$

$\boxed{\begin{array}{l} c \mid au+bv \\ au+bv = \dots = c \times k'' \end{array}}$