

Exercice 7

Vrai ou Faux- justifier

1. La somme de deux entiers pairs est un entier pair.
2. Le produit de deux entiers impairs est un entier impair.
3. La somme de deux entiers impairs est un entier impair.
4. Le produit d'un entier pair par un entier impair est un entier pair.
5. Le carré d'un entier impair est un entier impair.

1. Soit n et p deux entiers pairs alors ils existent n' et p' entiers tels que $n = 2n'$ et $p = 2p'$.
 $n+p = 2n' + 2p' = 2(n'+p')$ donc $n+p$ est pair.

Vrai

2) Soient n et p 2 entiers impairs alors ils existent n' et p' tels que $n = 2n'+1$ et $p = 2p'+1$
 $n \times p = (2n'+1) \times (2p'+1) = 4n'p' + 2n' + 2p' + 1 = 2(2n'p' + n' + p') + 1$

donc $n \times p$ est impair

3. Soit m et m deux entiers impairs alors il existe p et $p' \in \mathbb{Z}$ tel que $m = 2p+1$ et $m = 2p'+1$

$$\begin{aligned} m+m &= (2p+1) + (2p'+1) \\ &= 2p+2p'+2 \\ &= 2(p+p'+1) \end{aligned}$$

Donc Faux.

Ex. :

$$\begin{array}{c} 3+3=6 \\ \uparrow \uparrow \uparrow \\ \text{impair} \quad \text{impair} \quad \text{pair} \end{array}$$

4) Soit $k \in \mathbb{Z}$ tel que $k = 2p$
 soit $k' \in \mathbb{Z}$ tel que $k' = 2p'+1$

$$\begin{aligned} k \times k' &= (2p) \times (2p'+1) \\ &= 4pp' + 2p \\ &= 2(2pp'+p) \text{ donc } k \times k' \text{ est pair} \end{aligned}$$

5) Soit m , un entier impair alors $\exists m'$ un entier tel que $m = 2m'+1$

$$\begin{aligned} m^2 &= (2m'+1)^2 \\ &= (2m')^2 + 4m' + 1 \\ &= 4m'^2 + 4m' + 1 \\ &= 2(2m'^2 + 2m') + 1 \end{aligned}$$

donc m^2 impair.

Vrai