DM : mouvement rectiligne uniformément accéléré, retardé.

Un peu de cinématique :

- *Les résultats suivants sont applicables à un solide en translation rectiligne ou à un « point matériel » se déplaçant en ligne droite.*
- *On considère un point M se déplaçant sur un axe Ox.*
- *On dit que le mouvement du point M est* ***uniformément accéléré, ou retardé****, si à l'instant t (en secondes) l'abscisse du point M (en mètres) dans un repère $(O, \vec{i})$ de l'axe Ox est :*
  $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$.
- $x'(t) = v_0 + a\,t$ *est la* ***vitesse instantanée à l'instant t****.*

Si t est exprimé en secondes, $x(t)$ en mètres, $x'(t)$ est exprimé en mètres par secondes ($m.s^{-1}$).

- $x''(t) = a$ *est l'****accélération*** *qui peut être aussi notée γ. Dans ce cas a est constante.*

Si $a > 0$, le mouvement est ***accéléré****. Si $a < 0$, le mouvement est* ***décéléré*** *ou* ***retardé****.*
Si $x'(t)$ est exprimé en $m.s^{-1}$, a est exprimé en $m.s^{-2}$.

- *On dit que les* ***équations du mouvement*** *sont :*

$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$;

$x'(t) = v_0 + a\,t$;

$x''(t) = a$.   *(a constante)*

- *Les* ***conditions initiales*** *du mouvement sont obtenues pour $t = 0 : x(0) = x_0$; $x'(0) = v_0$; $x''(0) = a$.*
- $t \mapsto x'(t)$ *est une primitive de* $t \mapsto x''(t)$;
  $t \mapsto x(t)$ *est une primitive de* $t \mapsto x'(t)$.

111. ++ Écrire les équations du mouvement

Un point matériel se déplace en ligne droite. Il est animé d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré. Sachant que : $a = 2$, $x(2) = 7$ et $x'(2) = 5$, écrire les équations du mouvement.

112. ++ Pour parcourir 1 000 mètres

Une voiture effectue la distance 0–1 000 mètres, départ arrêté, en 60 secondes. Le mouvement est supposé rectiligne et uniformément accéléré. Déterminer l'accélération du véhicule et sa vitesse au bout des 1 000 mètres, en $m.s^{-1}$, puis en km/h (ou $km.h^{-1}$).

Réponses :

$a \approx 0{,}56\ m.s^{-2}$; $v \approx 120\ km.h^{-1}$.

113. +++ Un hydravion se pose

Au moment où il se pose sur un plan d'eau, la vitesse d'un hydravion est de 60 $km.h^{-1}$. L'hydravion parcourt 70 mètres sur le plan d'eau avant de stopper. Le mouvement est supposé rectiligne uniformément retardé.

Déterminer la décélération de l'hydravion et le temps de parcours à la surface du plan d'eau.

111.

$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}\gamma t^2$.

● $\gamma = 2$, d'où l'équation :

$x(t) = x_0 + v_0 t + t^2$.

● $x(2) = 7$, d'où : $x_0 + 2v_0 + 4 = 7$, $x_0 + 2v_0 = 3$.

● $x^{'}(t) = v_0 + 2t$.

$x'(2) = 5$ se traduit par : $v_0 + 4 = 5$, $v_0 = 1$

● $x_0 + 2v_0 = 3$, d'où $x_0 + 2 = 3$, $x_0 = 1$.

● D'où les équations du mouvement :

$x(t) = 1 + t + t^2$;

$x'(t) = 1 + 2t$;

$x''(t) = 2$.

112.

● $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}\gamma t^2$.

$x_0 = v_0 = 0$ donc $x(t) = \frac{1}{2}\gamma t^2$.

$x(60) = 1000$; $\frac{1}{2}\gamma \times 3\,600 = 1000$;

$\gamma = \frac{1000}{1800} \approx 0{,}56\ \text{ms}^{-2}$.

● $x'(t) = \gamma t$, donc $x'(60) = 60\gamma$,

$x'(60) \approx 33{,}33\ \text{m.s}^{-1}$; $x'(60) \approx 120\ \text{km h}^{-1}$.

113.

On a $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}\gamma t^2$.

On prend $x_0 = 0$; $v_0 = \frac{60\,000}{3\,600} \approx 16{,}67\ \text{m.s}^{-1}$

Donc :

$x(t) = 16{,}67t + \frac{1}{2}\gamma t^2$; $x'(t) = 16{,}67 + \gamma t$.

On cherche t_1, en secondes, tel que :

$x(t_1) = 70$ et $x'(t_1) = 0$.

D'où :

$16{,}67t_1 + \frac{1}{2}\gamma t_1^{\,2} = 60$ et $16{,}67 + \gamma t_1 = 0$.

$\gamma t_1 = -16{,}67$, d'où $16{,}67t_1 + \frac{1}{2}(-16{,}67)t_1 = 70$;

$8{,}33t_1 \approx 70$; $t_1 \approx 8{,}40$ s.

$\gamma = \frac{-16{,}67}{8{,}40} \approx -1{,}98\text{ms}^{-2}$.