

Somme des termes

Exercice 1

Déterminer, pour chaque question, la valeur exacte de la somme, puis se cas échéant sa valeur arrondie au centième :

- a. $1+4+4^2+\dots+4^6$ b. $1+0,2+0,2^2+\dots+0,2^7$
 c. $1+\frac{1}{6}+(\frac{1}{6})^2+\dots+(\frac{1}{6})^{10}$ d. $1+1^1+1^2+\dots+1^{10}$

Correction 1

- a. Le nombre 4 étant différent de 1, la somme de ces termes s'exprime par :

$$1+4+4^2+\dots+4^6 = \frac{1-4^{6+1}}{1-4} = \frac{1-4^7}{-3}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot (4^7 - 1) = 5461$$

- b. Le nombre 0,2 étant différent de 1, la somme de ces termes s'exprime par ::

$$1+0,2+0,2^2+\dots+0,2^7 = \frac{1-0,2^{7+1}}{1-0,2} = \frac{1-0,2^8}{0,8}$$

$$= \frac{1}{0,8} \cdot (1-0,2^8)$$

$$\approx 1,2499 \approx 1,25$$

- c. Le nombre $\frac{1}{6}$ étant différent de 1, la somme de ces termes s'exprime par ::

$$1+\frac{1}{6}+(\frac{1}{6})^2+\dots+(\frac{1}{6})^{10}$$

$$= \frac{1-(\frac{1}{6})^{10+1}}{1-\frac{1}{6}} = \frac{1-(\frac{1}{6})^{10+1}}{\frac{5}{6}} = \frac{6}{5} \cdot [1-(\frac{1}{6})^{11}]$$

$$\approx 1,1999 \approx 1,20$$

- d. Les termes de la somme sont les termes de la suite géométrique de premier terme 1 et de raison 1. Puisque $q=1$, on ne peut pas utiliser la formule de la somme des termes d'une suite géométrique.

On remarque que :

$$1+1^1+1^2+\dots+1^{10} = 1+1+\dots+1 = 11 \times 1 = 11$$

Exercice 2

On considère la suite géométrique de premier terme 1 et de raison 2.

La somme des 13 premiers termes de cette suite vaut :

Parmi les 3 réponses ci-dessous, laquelle est exacte?

- a. 4095 b. 8191 c. $\frac{1-2^{14}}{1-2}$

Correction 2

La formule de la somme des termes d'une suite géométrique de raison différent de 1 permet d'écrire :

$$u_0+u_1+\dots+u_{12} = 1 \times \frac{1-2^{13}}{1-2} = \frac{1-2^{13}}{-1}$$

$$= 2^{13} - 1 = 8192 - 1 = 8191$$

La réponse exacte est **b.**

Exercice 3

On considère l'algorithme ci-dessous :

```

Fonction f(n)
  u ← 2000
  S ← 2000
  Pour i allant de 2 à n
    u ← u×1,008
    S ← S+u
  Fin pour
    
```

On exécute la fonction en lui fournissant pour l'argument n la valeur 5.

Dans le tableau ci-dessous, résumer les valeurs affectées aux variables de la fonction f au cours de son appel :

Valeur de i		2			
Valeur de u	2000				
Valeur de S	2000				

Correction 3

Valeur de i		2	3	4	5
Valeur de u	2000	2016	2032,13	2048,39	2064,77
Valeur de S	2000	4016	8096,51	10161,29	10161,29