

# Suites numériques et seuil

## Exercice 1\*

Une commune ouvre une médiathèque au 1<sup>er</sup> janvier 2013, la médiathèque dispose du stock de 35 000 ouvrages de l'ancienne bibliothèque augmenté de 7 000 ouvrages supplémentaires neufs offerts par la commune.

Chaque année, la bibliothécaire est chargée de supprimer 5% des ouvrages, trop vieux ou abîmés. On suppose qu'aucun nouveau ouvrage n'est acheté par la bibliothèque.

On appelle  $u_n$  le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1<sup>er</sup> janvier de l'année (2013+n). On donne  $u_0 = 42$ .

1. a. Justifier que, pour tout entier naturel  $n$ , on a :  
 $u_{n+1} = 0,95 \times u_n$
- b. Donner le nombre d'ouvrages de cette bibliothèque au 1<sup>er</sup> janvier 2018.
2. On propose, ci-dessous, un algorithme en langage naturel.

```

u ← 42
n ← 0
Tant que u > 10
    u ← u × 0,95
    n ← n + 1
Fin Tant que
    
```

- a. Après exécution de l'algorithme, que représente la valeur de la variable  $n$ .
- b. A l'aide de votre calculatrice, déterminer la valeur de la variable  $n$  après l'exécution de l'algorithme.

## Correction 1

1. a. Le fait de supprimer 5% des ouvrages chaque année correspond à une évolution dont le taux est de -5%. Le coefficient multiplicateur lié à cette évolu-

## Exercice 2

Un commerçant venant d'ouvrir une boutique remarque que son chiffre d'affaire a commencé à 25 000 euros par mois et a progressé tous les mois de 2%.

Il décide de modéliser la progression de son chiffre d'affaire par la suite  $(u_n)$  où  $u_0$  représente le chiffre d'affaire du premier mois d'ouverture.

1. Donner la nature et les caractéristiques de la suite  $(u_n)$ .
2. a. A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de combien de mois, son chiffre d'affaires dépassera 30 000 euros.
- b. Compléter l'algorithme afin que la valeur de la variable  $n$  ait pour valeur, à la fin de son exécution, le nombre de mois après l'ouverture afin que son chiffre d'affaires dépassera 30 000 euros

```

l.1   n ← 0
l.2   U ← 25 000
l.3   Tant que ... faire
l.4       n ← ...
l.5       U ← ...
l.6   Fin Tant que
    
```

tion a pour valeur :

$$1 + \frac{t}{100} = 1 + \frac{-5}{100} = 1 - 0,05 = 0,95$$

Ainsi, si  $u_n$  représente le nombre d'ouvrages présents l'année (2013+n) alors le nombre  $u_{n+1}$  de livres l'année suivante vérifie la relation :

$$u_{n+1} = 0,95 \times u_n$$

- b. Le nombre de livres présents dans la médiathèque au 1<sup>er</sup> janvier 2013 est de :  
 $35\,000 + 7\,000 = 42\,000$  ouvrages  
Ainsi, la suite  $(u_n)$  est une suite géométrique de premier terme 42 000 et de raison 0,95.  
Le nombre de livres au 1<sup>er</sup> janvier 2018 est représenté par le terme de rang 5 :  
 $u_5 = 42\,000 \times 0,95^5 \approx 32\,498,799 = 32\,499$
2. a. Cet algorithme permet de déterminer le rang du premier terme de la suite  $(u_n)$  ayant une valeur inférieure ou égale à 10.  
Ce sera l'année (2013+N) où le nombre d'ouvrages dans la médiathèques passera sous la barre des 10 000 ouvrages.
- b. Voici les termes de la suite  $(U)$  de l'algorithme affichés par la calculatrice :

n	u(n)				
21	14,304				
22	13,588				
23	12,909				
24	12,264				
25	11,65				
26	11,068				
27	10,514				
28	9,9887				
29	9,4893				
30	9,0148				
31	8,5641				
n=28					

Ainsi, c'est lors de l'année (2013+28) 2031 que le nombre de livres de la bibliothèque passera sous les 10 000 livres.

## Correction 2

1. Une augmentation de 2% correspond à un coefficient multiplicateur valant :  
 $1 + \frac{2}{100} = 1 + 0,02 = 1,02$   
Ainsi, les termes de la suite  $(u_n)$  vérifient la relation :  
 $u_{n+1} = 1,02 \cdot u_n$   
On en déduit que la suite  $(u_n)$  est la suite géométrique de premier terme 25 000 et de raison 1,02.
2. a. En utilisant la calculatrice, on a :

n+1	u <sub>n+1</sub>
8	29291
9	29877
10	30474
11	31084

FORM DEL WEB G-COM G-PLT 10

Ainsi, les termes de la suite  $(u_n)$  dépasseront la valeur 30 000 euros dès que le rang du terme dépassera 10.

- b. Voici l'algorithme complété :

```
l.1  n ← 0
l.2  u ← 25 000
l.3  Tant que u ≤ 30 000 faire
l.4      n ← n+1
l.5      u ← 1,02×u
l.6  Fin Tant que
```

---