

### Formules d'addition des sinus et cosinus

Pour tous nombres réels  $a$  et  $b$  :

- $\cos (a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$  ;
- $\cos (a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$  ;
- $\sin (a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$  ;
- $\sin (a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$ .

### Formules de duplication

- Pour tout nombre réel  $a$  :  
 $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$  ;  $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$ .
- Pour tout nombre réel  $a$  :  
 $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$  ;  $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$ .

### Formules de linéarisation

Pour tout nombre réel  $a$  :

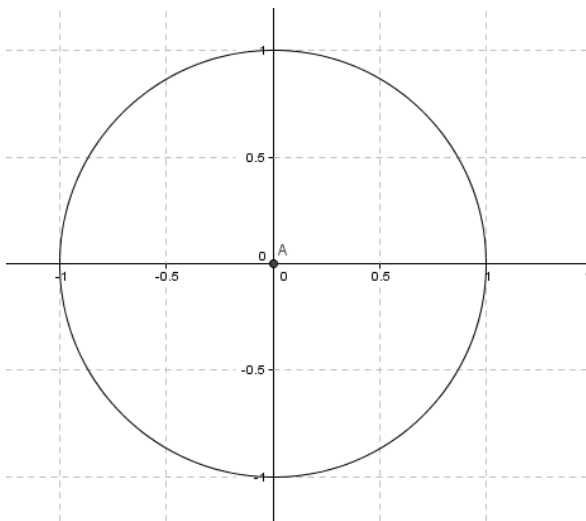
$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2} ; \sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}.$$

**Etablir le tableau des valeurs remarquables :**

Angle $x$ en rad	0		$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	
Angle $x$ en degré	0				
Cos $x$	1		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		
Sin $x$	0				

En utilisant le cercle trigonométrique ci-dessous, placer les points suivantes :

$$M_1\left(\frac{3\pi}{4}\right) \quad M_2\left(\frac{5\pi}{2}\right) \quad M_3\left(\frac{2\pi}{3}\right) \quad M_4\left(-\frac{\pi}{6}\right) \quad M_5\left(\frac{5\pi}{6}\right) \quad M_6\left(\frac{15\pi}{6}\right)$$



En utilisant le même cercle trigonométrique et le tableau des valeurs remarquables, remplir le tableau suivant :

Angle $x$ en rad	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$		$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{4}$	
Angle $x$ en degré				270°			150°
Cos $x$							
Sin $x$							

### Transformation à l'aide des formules.

## Formules d'addition, de duplication et de linéarisation

### 14. + Transformer une écriture à l'aide des formules d'addition

Utiliser les formules d'addition pour vérifier, pour tout nombre réel  $x$ , chacune des égalités suivantes.

$$\text{a) } 2 \cos\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \cos \frac{2}{3}x + \sin \frac{2}{3}x.$$

$$\text{b) } 2 \cos\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \cos \frac{1}{3}x - \sin \frac{1}{3}x.$$

$$\text{c) } \sin\left(\frac{x}{3} + \frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \frac{x}{3} + \frac{1}{2} \cos \frac{x}{3}.$$

$$\text{d) } 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \sin 2x - \sqrt{2} \cos 2x.$$

**CORRIGÉ P. 418**

► Utiliser les rappels sur les valeurs particulières et les angles associés de la partie « **ce qu'il faut savoir** » de ce chapitre.

### 15. + Même question qu'à l'exercice 14 avec :

$$\text{a) } 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos 2x + \sqrt{2} \sin 2x.$$

$$\text{b) } 2 \cos\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = 2 \cos \frac{1}{3}x - \sqrt{3} \sin \frac{1}{3}x.$$

$$\text{c) } 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin x + \cos x.$$

$$\text{d) } 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin x - \sqrt{3} \cos x.$$

### 17. + Utiliser les formules d'addition pour déterminer les valeurs exactes des sinus et cosinus de :

$$\text{a) } 15^\circ = 45^\circ - 30^\circ. \quad \text{b) } \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}. \quad \text{c) } \frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6}.$$

### 18. ++ Calculer des valeurs exactes de $\cos 105^\circ$ et $\sin 105^\circ$ .

### 20. + Utiliser les formules de duplication pour déterminer des valeurs exactes de sinus et de cosinus

En remarquant que  $\frac{\pi}{6} = 2 \times \frac{\pi}{12}$ , calculer les valeurs exactes de  $\cos \frac{\pi}{12}$  et  $\sin \frac{\pi}{12}$ .

**CORRIGÉ P. 418**

### 21. +++ Linéariser $\cos^2 a$

Exprimer, pour tout réel  $t$ ,  $\cos^2\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)$  en fonction de  $\cos\left(4t + \frac{\pi}{3}\right)$ .

**CORRIGÉ P. 418**