

PYTHON et activités mentales.

Table des matières

Activités secondes.....	1
Fonctions et PYTHON	1
Développement et Python.	1
PYTHON, algorithme avec structures conditionnelles.	2
Algorithme, Python.	3
Fonctions et PYTHON	3
Algorithme de dichotomie.....	4
PYTHON, calcul mental et fonctions.	4
PYTHON, calcul mental et fonctions.	5
Exécution d'un programme en langage PYTHON	5
Fonctions et PYTHON	6
Suppléments BTS	7
Développements limités avec Python.....	7

Activités secondes

Fonctions et PYTHON

On utilise le langage PYTHON pour définir deux fonctions :

```
9 def f(x) :
• 10     return 2*x+1
11
12 def g(x) :
• 13     return x*x-1
14
15
16
```

On calcule $f(4)$, $g(0)$ et $g(-1)$. Quelles sont les valeurs ?

Développement et Python.

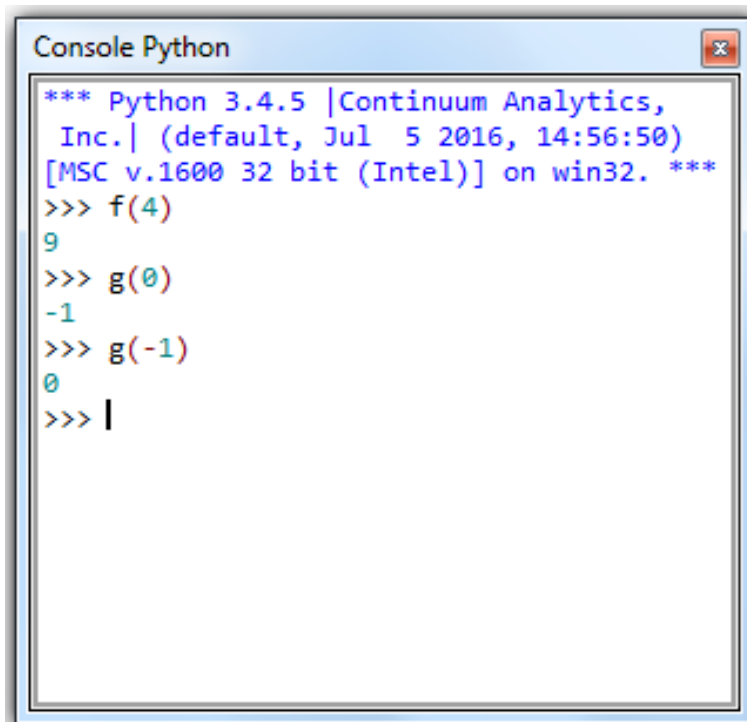
```
16 def f1(x):
• 17     return (3*x+1)*(x-2)
18
19
20 def f2(x) :
• 21     return 3*x**2-5*x-2
22
```

Développer la fonction $f(x) = (3x + 1)(x - 2)$. Quelle est la fonction PYTHON qui lui correspond ?

Comment utiliser les deux fonctions pour vérifier votre développement ?

Solutions :

En mode console, voici ce que propose PYTHON :

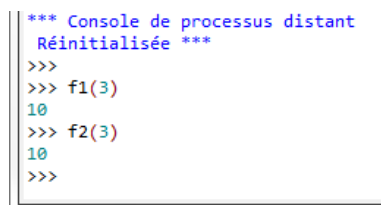


```
Console Python
*** Python 3.4.5 |Continuum Analytics,
  Inc. | (default, Jul 5 2016, 14:56:50)
[MSC v.1600 32 bit (Intel)] on win32. ***
>>> f(4)
9
>>> g(0)
-1
>>> g(-1)
0
>>> |
```

$$f(x) = (3x + 1)(x - 2) = 3x^2 + x - 6x - 2 = 3x^2 - 5x - 2$$

La première forme de la fonction f correspond à f_1 (forme factorisée), la deuxième forme correspond à f_2 (forme développée).

Pour tester notre développement, on calcule f_1 et f_2 avec la même valeur. Dans notre exemple $f_1(3)=f_2(3)=10$



```
*** Console de processus distant
Réinitialisée ***
>>>
>>> f1(3)
10
>>> f2(3)
10
>>>
```

PYTHON, algorithme avec structures conditionnelles.

Quelle la valeur de la variable c après exécution du programme ci-dessous

```
• 1 a=1
• 2 b=-2
• 3
• 4
• 5 if a>0:
• 6     if b>0:
• 7         c=a+b
• 8     else:
• 9         c=a-b
• 10 else :
• 11     if b<0:
• 12         c=a+b
• 13     else:
• 14         c=a-b
```

Solutions :

```
*** Console de processus distant Réinitialisée ***
>>>
>>> c
3
```

Algorithme, Python.

On considère la fonction définie en Python :

```
def affine(x):
    if x<=8 :
        y=x*40+10
    else:
        y=x*60
    return(y)

print("pour x=6 : ",affine(6))
print("pour x=8 : ",affine(8))
print("pour x=10 : ",affine(10))
```

Qu'affiche le langage Python (pour les valeurs : 6, 8 et 10) ?

Solutions :

```
pour x=6 : 250
pour x=8 : 330
pour x=10 : 600
```

Fonctions et PYTHON

On a écrit en PYTHON les fonctions suivantes :

```
def f(x) :
    if x>3 : return(-2*x+5)
    else : return(4*x+1)

def g(x) :
    return(x**2+3*x+1)
```

Calculer $f(3)$, $f(-1)$ et $g(-1)$

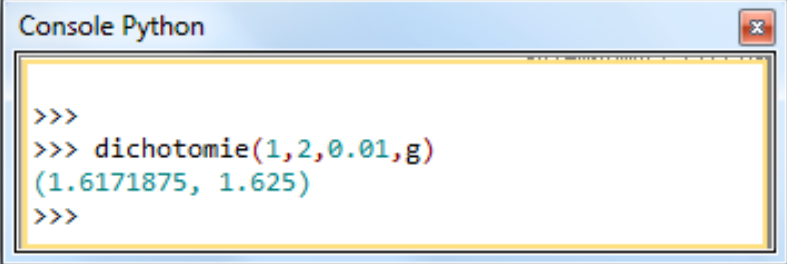
Solutions.

```
*** Console de processus distant Réinitialisée ***
>>> f(3)
13
>>> f(-1)
-3
>>> g(-1)
-1
>>> |
```

Algorithme de dichotomie.

Interpréter les résultats de la console PYTHON.

```
2
3 def dichotomie(a,b,amplitude,f):
4     """On cherche la solution de f(x)=0 sur l'intervalle [a,b] pour l'amplitude demar
5     Cette fonction renvoie deux valeurs encadrants la solution"""
6     assert(a<b) # on teste a<b
7     assert(f(a)*f(b)<0) # on teste f(a) et f(b) de signes contraires
8     while abs(b-a)>amplitude : # abs(x) est la valeur absolue de x
9         centre=(a+b)/2
10        if f(centre)*f(b)<0: # f(centre) et f(b) sont de signes contraires
11            a=centre
12        else :
13            b=centre
14
15    return a,b
16
17 def g(x):
18     return (x**2-x-1)
19
20
```



```
Console Python
>>>
>>> dichotomie(1,2,0.01,g)
(1.6171875, 1.625)
>>>
```

La console renvoie l'encadrement de l'antécédent x_0 de 0 par la fonction $f(x) = x^2 - x - 1$ avec une amplitude de 0,01 sur [1,2].

On peut écrire $1,61 \leq x_0 \leq 1,62$

PYTHON, calcul mental et fonctions.

Qu'affiche la fonction affichage() tapée à la console ?

```
1 def f(x):
2     return(4*x)
3
4 def g(x):
5     if x<=4:
6         return(x-5)
7     else:
8         return(2*x+1)
9
10 def h(x) :
11     return (2*x**2)
12
13 def affichage():
14     print(f(-3))
15     print(g(4))
16     print(g(6))
17     print(h(-1))
18
```

Solutions :

```
>>> affichage()
-12
-1
13
2
```

PYTHON, calcul mental et fonctions.

Qu'affiche la fonction affichage() tapée à la console ?

```

1 def f(x):
• 2     if x<=-4 : return 2*x+1
• 3     elif -4<x<3 : return x-1
• 4     elif 3<=x<7 : return x**2 +1
• 5     else : return 3*x-4
6
7
8 def affichage():
• 9     print(f(-4))
• 10    print(f(0))
• 11    print(f(6))
• 12    print(f(7))
13

```

Prolongement : écrire la fonction f à l'aide d'une fonction définie par morceaux. Cette fonction est-elle affine ?

Solutions :

```

*** Console de processus distant Réinitialisée ***
>>>
>>> affichage()
-7
-1
37
17
>>>

```

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x \leq -4 \\ x - 1 & \text{si } -4 < x < 3 \\ x^2 + 1 & \text{si } 3 \leq x < 7 \\ 3x - 4 & \text{si } x \geq 7 \end{cases} \quad \text{Cette fonction n'est pas affine par morceaux à cause du morceau } x^2 + 1$$

Exécution d'un programme en langage PYTHON

Chercher les valeurs des variables n, a, b, c du programme ci-dessous écrit en langage PYTHON.
Utiliser un tableau d'exécution pour suivre les transformations de vos variables.

```
Python 3.6
1 n=0
2 a=-1
3 b=-2
4 c=0
5
6 while n<3:
7     if a>0:
8         if b>0:
9             c=a+b
10        else:
11            c=a-b
12    else :
13        a=a+1
14    n=n+1
→ 15 print(n,a,b,c)
```

Solutions

Print output (drag lower right corner to resize)

```
3 1 -2 3
```

Frames

Objects

Global frame	
n	3
a	1
b	-2
c	3

Fonctions et PYTHON

On utilise le langage PYTHON pour définir deux fonctions :

```
• 3 from math import *
• 4 from random import *
• 5 import matplotlib.pyplot as plt
• 6 import numpy as np
7
8
9 def f(x) :
• 10     return 2*exp(-x)+1
11
12 def g(x) :
• 13     return (log(x)/x)
14
```

On calcule $f(3), g(1)$. Quelles sont les valeurs (utiliser votre calculatrice)?

Dériver les deux fonctions.

Solutions :

```
*** Console de processus distant
Réinitialisée ***
>>> f(3)
>>> f(3)
1.099574136735728
>>> g(1)
0.0
>>>
```

$$f(x) = 2e^{-x} + 1 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{\ln(x)}{x} \quad \text{pour } x \neq 0$$

$$f'(x) = -2e^{-x} \quad \text{et} \quad g'(x) = \frac{\frac{1}{x}x - \ln(x)}{x^2} = \frac{1 - \ln(x)}{x^2} \quad \text{pour } x \neq 0$$

Suppléments BTS

Développements limités avec Python.

Avec le langage Python, on obtient le développement limité ci-dessous :

Rappels : ** est la notation de la puissance. $O(x^{**6})$ est une notation qui remplace la limite.

```
In [5]: from sympy import *
x=Symbol('x')
expr=log(1-x**2)
series(expr,x,0,8)
```

```
Out[5]: -x**2 - x**4/2 - x**6/3 + O(x**8)
```

- 1) De quelle fonction s'agit-il ? A quel ordre ? Au voisinage de quel point ?
- 2) Ecrire correctement le DL à l'ordre 3.
- 3) Quelle est l'équation de la tangente en 0 ?
- 4) Donner la position de la courbe par rapport à la tangente.

Solutions :

- 1) Il s'agit de la fonction $f(x) = \ln(1 - x^2)$ au voisinage de 0 à l'ordre 8.
- 2) $f(x) = \ln(1 - x^2) = -x^2 + x^3\epsilon(x)$ avec $\lim_{x \rightarrow 0} \epsilon(x) = 0$.
- 3) $y = 0$ est l'équation de la tangente à la courbe en 0.
- 4) La position de la courbe par rapport à la tangente en 0 dépend du signe de $-x^2$.
 $-x^2 < 0$ La courbe est donc au dessous de sa tangente en 0