Compétences à maîtriser pour le CCF sur le programme de seconde année

Résolution d'équation différentielle :

Savoir résoudre à la main une équation différentielle homogèné de la forme $ay'+by=\mathbf{0}$ avec la formule de cours : $y(t)=Ke^{-\frac{b}{a}t}$, avec $K\in\mathbb{R}$.

Savoir déterminer à la main une équation différentielle homogène de la forme $ay'+by=\mathbf{0}$ avec une condition initiale : $y(t_0)=y_0$. $y(t)=Ke^{-\frac{b}{a}t}$, avec K trouvé en résolvant $Ke^{-\frac{b}{a}t_0}=y_0$.

Exemple :

$2y'+3y=0$ tel que $y(1)=4$:

$a=2$ et $b=3$ donc $y(t)=Ke^{-\frac{3}{2}t}$, avec $K\in\mathbb{R}$.

De plus $y(1)=4 \Leftrightarrow Ke^{-\frac{3}{2}\times 1}=4 \Leftrightarrow Ke^{-\frac{3}{2}}=4 \Leftrightarrow K=\dfrac{4}{e^{-\frac{3}{2}}} \Leftrightarrow K=4e^{\frac{3}{2}}$.

Ainsi, $y(t)=4e^{\frac{3}{2}}\times e^{-\frac{3}{2}t}$.

Savoir résoudre sur Xcas une équation différentielle de la forme $ay'+by=c$ avec une condition initiale $y(s)=v$:

Une telle résolution s'obtient sur Xcas grâce à l'instruction : desolve([equation_differentielle,condition],inconnue).

Exemple :

$2y'+3y=e^{-6x}$ tel que $y(0)=4$:

desolve([2*y'+3*y=e^(-6*x),y(0)=4],y) renvoie $\dfrac{-\exp(-6x)+37\exp\left(-3\dfrac{x}{2}\right)}{9}$.

Résolution d'(in)équation :

Savoir résoudre une (in)équation de manière exacte avec l'instruction Xcas : solve(equation,inconnue).

Exemple :

solve(4*t^2+9t-5/2=0,t) renvoie [-5/2 ,1/4] : les deux solutions $-\dfrac{5}{2}$ et $\dfrac{1}{4}$.

Savoir trouver une valeur approchée d'un nombre :

- soit remplacer un entier par un flottant,
- soit utiliser l'instruction evalf(nombre).

Étude de fonction grâce à Xcas :

Savoir affecter une valeur (numérique ou algébrique) à une variable :

L'affectation se fait sur Xcas à l'aide des deux symboles :=

Savoir étudier les variations d'une fonction *f* de variable *t* :

1. Commencer par calculer la dérivée d'une fonction puis de la factoriser à l'aide de l'instruction sur Xcas : factoriser(simplifier(deriver(f(t),t))) ou factoriser(deriver(f(t),t))
2. Étudier le signe de chaque facteur à l'aide de l'instruction sur Xcas : solve(facteur>0,t)
3. Sur la copie, dresser le tableau de signe de chaque facteur de $f'(t)$ puis en déduire le signe de la dérivée de $f'(t)$,
4. Sur la copie, dresser en-dessous le tableau de variations de la fonction *f*.
5. Sur la copie, compléter ce tableau de variations en précisant les extremums

Savoir calculer l'intégrale d'une fonction *f* sur un intervalle $[a;b]$:

Mathématiquement, cela s'écrit $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$; cela correspond à l'aire algébrique (=positive ou négative) de la zone comprise entre la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses sur l'intervalle $[a\,;\,b]$.

Une intégrale s'obtient sur Xcas grâce à l'instruction : int(f(t),t,a,b).

Savoir calculer la valeur moyenne d'une fonction *f* sur un intervalle $[a;b]$:
Mathématiquement, cela s'écrit $\frac{1}{b-a}\times\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$.
Une telle valeur moyenne s'obtient sur Xcas grâce à l'instruction : 1/(b-a)*int(f(t),t,a,b).

Savoir calculer la limite d'une fonction *f* :
Par exemple en $+\infty$, il suffit de saisir sur Xcas : limit(f(t),t,+inf).

<u>Probabilités :</u>
Connaître les formules suivantes :

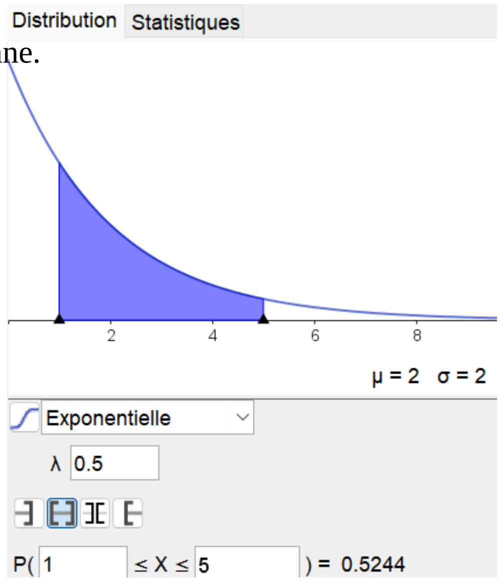
- $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$,
- $P(\overline{A})=1-P(A)$,
- $P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$.

Savoir repérer une probabilité conditionnelle : lorsque l'ensemble de référence n'est qu'une partie de toute la population étudiée.
On peut repérer une telle probabilité conditionnelle avec les mots-clés "parmi", "sachant que", …

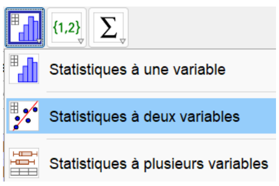
Savoir interpréter une espérance mathématique $E(X)$ en terme de moyenne.

Savoir calculer une espérance mathématique $E(X)$ lorsque X suit une loi exponentielle de paramètre λ : $E[X]=\frac{1}{\lambda}$.

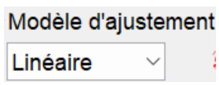
Savoir calculer une probabilité liée à la loi exponentielle à l'aide de Geogebra :



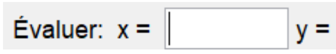
Savoir calculer un réel *a* sur une loi exponentielle X tel que :
$P(a\leqslant X)\approx$proba à l'aide de Geogebra
ou :
$P(X\leqslant a)\approx$proba à l'aide de Geogebra.



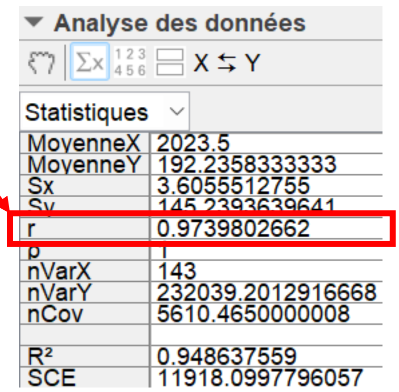
<u>Statistiques à deux variables :</u>
Savoir représenter sur Geogebra un nuage de points associé à une série statistique à deux variables.



Savoir obtenir sur Geogebra un ajustement affine d'une série statistique à deux variables, **selon la méthode des moindres carrés.**



Savoir utiliser un ajustement pour réaliser une interpolation ou une extrapolation.



Savoir obtenir sur Geogebra le coefficient de corrélation linéaire d'une série statistique à deux variables.

Savoir le rôle du coefficient de corrélation linéaire d'une série statistique à deux variables.

Savoir réaliser un changement de variable pour réaliser un ajustement se ramenant à un ajustement linéaire.
Exemple :
Si $z=\ln(y+50)$ avec z ayant pour ajustement linéaire en x : $z=2x+3$,
Alors en isolant y de l'équation $\ln(y+50)=2x+3$, on obtient l'ajustement de y en x avec : $y = e^{2x}e^3-500$.