TD : les fonctions logarithmes et exponentielles.

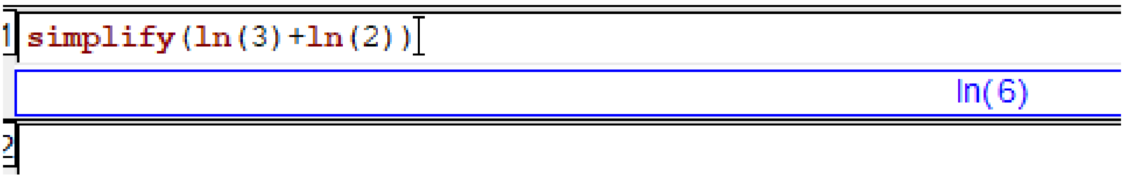
La fonction logarithme népérien : ln(x) ou log(x)

En utilisant GEOGEBRA, MAXIMA ou XCAS, vous retrouverez les propriétés de la fonction logarithme (ln).

Vous pouvez également faire des recherches sur le WEB.

MAXIMA reconnaît la syntaxe log(x)

Pour XCAS



1) Tracer la courbe représentative de la fonction ln(x).
2) Trouver l'ensemble de définition de la fonction ln(x).
3) Trouver les limites de la fonction ln(x).
4) Remplir les propriétés suivantes :

$$\ln(a \times b) =$$
$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) =$$
$$\ln(a^n) =$$
$$\ln(1) =$$

5) Trouver la dérivée de la fonction ln(x).
6) Dresser le tableau de variations de la fonction ln(x)
7) Trouver la dérivée de la fonction composée ln(u(x))

Utiliser vos résultats afin de simplifier les calculs suivants :

$\ln(2) + \ln(3) =$

$\ln(2^3) =$

$\ln(x+2) - \ln(x-3) + \ln(4) =$

Dériver les fonctions suivantes :

$f(x) = \ln(2x)$

$g(x) = \ln(x+4)$

La fonction exponentielle : exp(x) ou e^x.

En utilisant GEOGEBRA, MAXIMA ou XCAS , vous retrouverez les propriétés de la fonction exponentielle

(exp (x)ou e^x).

MAXIMA veut la syntaxe exp(x) qu'il interprète sous la forme e^x ; Il écrit %e

1) Tracer la courbe représentative de la fonction exp(x).
2) Trouver l'ensemble de définition de la fonction exp(x).
3) Trouver les limites de la fonction exp(x).
4) Remplir les propriétés suivantes :

$$e^{a+b} =$$
$$e^{a-b} =$$
$$e^{-a} =$$
$$(e^a)^n =$$
$$e^0 =$$

5) Trouver la dérivée de la fonction exp(x).
6) Dresser le tableau de variations de la fonction exp(x)
7) Trouver la dérivée de la fonction composée exp(u(x)).
8) Trouver une primitive de la fonction exp(x).
9) Quelle relation existe-t-il entre la fonction exponentielle et la fonction logarithme

$$e^{\ln(a)} =$$
$$\ln(e^a) =$$

Utiliser vos résultats afin de simplifier les calculs suivants :

$\exp(2) \times \exp(3) =$

$\exp(2)^3 =$

$(e^x)^2 =$

$\frac{e^{x+1}}{e^{2x-3}} =$

Dériver les fonctions suivantes :

$\mathrm{f(x)} = \exp(2x)$

$\mathrm{g(x)} = \exp(x+4)$

Trouver l'intégrale suivante : $\int_0^3 e^{-x} dx$ (traiter plus tard dans l'année)

Exercices

Exercice 1.

Simplifier les calculs suivants :

$$\ln 4 = \cdots \qquad \ln(\sqrt{3}) = \cdots \qquad x \ln e^{\frac{1}{x}} = \cdots \qquad \ln(x+1) = \cdots \qquad \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \cdots$$

$$\frac{e^{2x+1}}{e^{3x-4}} = \cdots \qquad \frac{2e^{x^2} \times e^{-1}}{e^2} = \cdots \qquad \ln 2 + \ln(x-1) - \ln(x+1) = \cdots \qquad e^1 + e^x = \cdots$$

Exercice 2.

Résoudre les équations suivantes :

$$\ln(2x+1) = \ln(x-3) \qquad 4^x = 0{,}01$$

$$\ln x + \ln(x+1) = 3 \qquad e^x \times e^{x^2} = e^5 \qquad \ln x \leq 4$$

Exercice 3.

Dériver les fonctions suivantes :

$$f(x) = (x+1)\ln(x-3)$$

$$g(x) = \frac{2x+1}{e^{-x}}$$

$$h(x) = \frac{\ln(x)}{x}$$

Exercice 4 (Traiter plus tard dans l'année)

Trouver les intégrales suivantes :

$$\int_1^3 \frac{2}{x} dx$$

$$\int_0^3 e^{2x} dx$$