Primitives de fonctions.

	f est définie sur I par :		Alors une primitive *F* de *f* est définie par :		
			a	**b**	**c**
1	$f(x) = -2x + 1$	$I = \mathbb{R}$	$F(x) = -2$	$F(x) = -x^2 + x$	$F(x) = -x^2 + x + 1$
2	$f(x) = -x^2 - 2x + 1$	$I = \mathbb{R}$	$F(x) = -\frac{1}{3}x^3 - x^2$	$F(x) = -\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1$	$F(x) = -\frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + 1$
3	$f(x) = x - \frac{1}{x^2}$	$I =]0, +\infty[$	$F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x}$	$F(x) = 1 + \frac{2}{x^3}$	$F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x}$
4	$f(x) = -\frac{1}{(2x-1)^2}$	$I = \left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$	$F(x) = \frac{1}{2x-1}$	$F(x) = -\frac{1}{2(2x-1)}$	$F(x) = \frac{1}{2(2x-1)}$
5	$f(x) = 1 - \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x^3}$	$I =]-\infty, 0[$	$F(x) = x + \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}$	$F(x) = x + \frac{1}{x} + \frac{3}{2x^2}$	$F(x) = x + \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2}$
6	$f(t) = 2\sin\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)$	$I = \mathbb{R}$	$F(t) = 2\cos\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)$	$F(t) = -\cos\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)$	$F(t) = \cos\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)$
7	$f(x) = \cos 2x$	$I = \mathbb{R}$	$F(x) = -\sin 2x$	$F(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$	$F(x) = -\frac{1}{2}\sin 2x$
8	$f(x) = \sin x + \sin 2x$	$I = \mathbb{R}$	$F(x) = \cos x + \cos 2x$	$F(x) = -\cos x - \cos 2x$	$F(x) = -\cos x - \frac{1}{2}\cos 2x$

Réponses :

1. Réponse b).
2. Réponse c).
3. Réponse a).
4. Réponse c).
5. Réponse b).
6. Réponse b).
7. Réponse b).
8. Réponse c).

108. ++ Déterminer la primitive F de la fonction f définie sur $]1, +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$ telle que $F(2) = 2$.

Solution :

108. F est définie sur $]1, +\infty[$ par

$F(x) = -\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} + C.$

▸ On utilise $f = \frac{u'}{u^2}$, $F = -\frac{1}{u}$.

$F(2) = 2$ équivaut à $-1 + \frac{1}{3} + C = 2$.

D'où $C = \frac{8}{3}$ et $F(x) = -\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} + \frac{8}{3}$.