Equations différentielles du premier ordre.

Méthode du cours :

Type (E) : y'+ay=b avec a et b constantes

Solutions du type $f(x) = k\ e^{-ax} + \frac{b}{a}$ où k est une constante réelle quelconque.

K dépend des conditions initiales.

<u>Cas général avec second membre non constant</u>

<u>Exemple :</u>

On cherche une solution de l'équation différentielle sans second membre.

Déterminer la fonction g solution de l'équation $3y' + 2y = 4x$ avec g(0)=0.

1) On cherche d'abord les solutions de l'équation sans second membre $3y' + 2y = 0$.

On transforme $3y' + 2y = 0$ en $y' + \frac{2}{3}y$ =0.

Le cours nous apprend que la solution est $g(x) = C \times e^{-2/3x}$

2) On cherche une solution particulière de l'équation différentielle. Cette solution particulière est souvent donnée dans le texte.

On vérifie que la fonction f(x) = 2x-3 (donnée dans le texte) est une solution particulière.

f'('x) = 2 donc $3y' + 2y = 3 \times 2 + 2 \times (2x - 3) = 6 + 4x - 6 = 4x$

f(x) = 2x-3 est donc solution particulière de l'équation $3y' + 2y = 0$

La solution générale de l'équation est donc $g(x) = C \times e^{-2/3x} + 2\text{x} - 3$

3) On cherche la constante en utilisant les conditions initiales.

g-0)=0 donc $g(0) = C \times e^{-2/3\times 0} + 2 \times 0 - 3 = \text{C} - 3 = 0$

Soit C = 3

La solution est donc $g(x) = 3 \times e^{-2/3x} + 2\text{x} - 3$