Exercices sur les probabilités

Exercice 1 :

Un sac rouge contient trois boules numérotées 0 ; 2 ; 4.

Un sac bleu contient trois boules numérotées 0 ; 1 ; 3.

On tire au hasard une boule de chaque sac et on effectue la somme de leur numéro.

Pour modéliser cette expérience aléatoire, trois lois de probabilités sont proposées

Modèle 1 : loi équirépartie sur $\Omega = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4\}$.

Modèle 2 : loi équirépartie sur $\Omega = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 7\}$.

Modèle 3 :

x_i	0	1	2	3	4	5	7	Total
p_i	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	1

1/ a/ Parmi les trois modèles, lequel (ou lesquels) est (sont) inadapté(s) du fait d'un univers inconvenant.

b/ On répète 10000 fois cette expérience et on obtient la distribution des fréquences suivantes :

x_i	0	1	2	3	4	5	7	Total
p_i	0.1105	0.1115	0.1110	0.2221	0.1113	0.2227	0.1109	1

Lequel des trois modèles semble convenir ?

2/ Recopier et compléter le tableau ci-contre et en déduire le modèle qui convient :

+	0	2	4
0			
1			
3			

Exercice 2 :

En lançant un grand nombre de fois un dé à six faces mal équilibré, on a obtenu les fréquences suivantes :

Face du dé	1	2	3	4	5	6
Fréquences	0.05	0.1		0.2	0.25	0.3

Ces fréquences sont les probabilités à utiliser pour les questions suivantes :

1/ Quelle est la probabilité de l'issue 3 ?

2/ Quelle est la probabilité de l'événement : S : "Obtenir un nombre supérieur à 3" ?

3/ Quelle est la probabilité de l'événement : M : "Obtenir un multiple de 3".

Exercice 3 :

Déterminer la valeur de p pour que le tableau ci-contre définisse à une loi de probabilité :

x_i	1	2	3	4
p_i	p	0.25	p	0.35

Exercice 4 :

La répartition des groupes sanguins dans la population française est présentée dans le tableau suivant :

		Groupe sanguin			
		O	A	B	AB
Rhésus	Rh+	37%	39%	7%	2%
	Rh−	6%	6%	2%	1%

L'expérience aléatoire consiste à choisir au hasard une personne dans cette population. On assimile les probabilités aux fréquences observées.

Quelle est la probabilité de chacun des événements :

1/ A : "La personne est du groupe A" ?

2/ Rh+ : "La personne est de rhésus positif". ?

3/ AB−: "La personne est de groupe AB et de rhésus négatif". ?

Bilan : Pour faciliter le travail avec un tableau, il est utile de rajouter au tableau ……………….………….....
…………………………..……………………………...……………………………...………………………

Exercice 5 :

Un lycée compte 240 élèves de seconde, parmi lesquels 130 sont demi-pensionnaires.

Ces élèves étudient chacun une langue comme LV2.

66 étudient l'anglais, 30% des élèves l'allemand dont 40 demi-pensionnaires. 25% des élèves sont des demi-pensionnaires qui étudient l'espagnol.

1/ Reproduire et compléter le tableau ci-contre.

2/ Un élève est choisi au hasard parmi les 240 élèves de seconde.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : "l'élève étudie l'anglais".

B : "l'élève est externe".

C : "l'élève est externe et étudie l'espagnol".

D : "l'élève n'étudie pas l'espagnol".

E : "l'élève est demi-pensionnaire et n'étudie pas l'espagnol".

	Anglais	Allemand	Espagnol	Total
Demi-pensionnaires				
Externes				
Total				

Exercice 6 :

Un camp de vacances linguistiques accueille 180 jeunes dont les $\frac{2}{5}$ sont des garçons.

Chaque jeune a le choix entre trois activités : la planche à voile, l'équitation ou l'escalade.
$\frac{1}{3}$ des participants ont choisis la planche à voile dont 22 garçons.

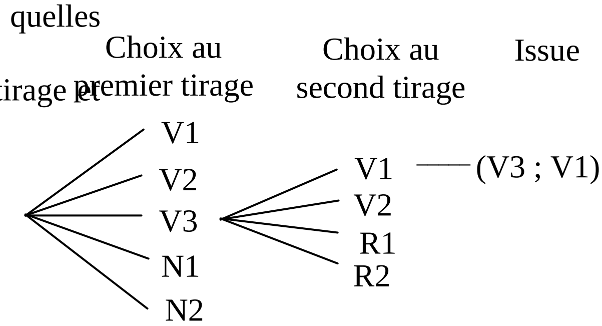
25% des jeunes ont choisi l'escalade. Il y a autant de filles qui ont choisi l'équitation et l'escalade.
1/ Recopier et compléter le tableau d'effectifs ci-contre.
2/ On choisit au hasard un participant. Déterminer la probabilité des événements :
F : "La personne interrogée est une fille",
C : "La personne interrogée pratique l'équitation",
G : "La personne interrogée est un garçon pratiquant l'escalade".

	Garçons	Filles	Total
Escalade			
Planche à voile			
Equitation			
Total			

3/ On note $\overline{F}$, $\overline{C}$ et $\overline{G}$ les événements contraires de F, C et de G.
   a/ Définir à l'aide d'une phrase $\overline{F}$, $\overline{C}$ puis $\overline{G}$.
   b/ Calculer à l'aide du tableau la probabilité de $\overline{F}$.
   c/ Quelle relation y-a-t-il entre la probabilité de F, notée $P(F)$, et la probabilité de $\overline{F}$, notée $P(\overline{F})$?
   d/ Utiliser cette relation pour calculer $P(\overline{G})$ et vérifie à l'aide du tableau.
4/ a/ Définir à l'aide d'une phrase l'événement $F \cap C$.
   b/ Déterminer la probabilité de $F \cap C$.
5/ On choisit un garçon.
   a/ Déterminer la probabilité de l'événement A : "Il pratique l'équitation".
   b/ Déterminer la probabilité de l'événement B : "Il pratique la planche à voile ou l'escalade".
6/ On interroge un adolescent pratiquant l'escalade. Déterminer la probabilité de l'événement "c'est une fille".

Exercice 7 :

On place dans une urne 3 jetons verts numérotés de 1 à 3 (notés V1, V2 et V3) et 2 jetons noirs numérotés de 1 à 2 (notés N1 et N2). On tire **successivement et sans remise** deux jetons.
1/ Si lors du premier tirage il est tiré un jeton vert numéroté 3, quelles sont les issues pour le second tirage ?
2/ Reproduire en espaçant bien la colonne du choix au premier tirage et compléter l'arbre de choix représentant les tirages successifs :



3/ Déterminer la probabilité des événements suivants :
   a/ A="Les deux jetons tirés sont verts".
   b/ B="les deux jetons tirés sont de la même couleur".
   c/ C="Au moins un des deux jetons tirés est vert".
   d/ D="Les deux jetons tirés portent un numéro pair".

Exercice 8 :

Trois jetons A, B et C sont placés initialement comme indiqué : (A ; B ; C).
On prend les trois jetons et on les place au hasard sur la rangée en mettant un jeton par case.
1/ Construire un arbre de choix faisant apparaître la 1ère case, la 2ème, la 3ème et l'issue (…;…;…). (*cf. exercice 5*)
2/ Donner la probabilité de l'événement U : "aucun jeton n'est resté à sa place initial".
3/ Définir l'événement contraire de U et calculer sa probabilité à l'aide de l'arbre. Quelle relation est retrouvée ?

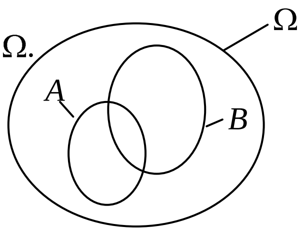
Exercice 9 :

Un enfant dispose de trois crayons de couleurs différentes ; un rouge noté R, un bleu noté B et un vert noté V.
Pour son dessin, il veut colorier le toit, la fenêtre et la porte d'une maison. (Il peut colorier plusieurs éléments de la même couleur)
1/ Construire un arbre de choix faisant apparaître la couleur du toit, celle de la porte et celle de la fenêtre.
2/ Quel est le nombre de coloriages possibles ?
3/ En supposant l'équiprobabilité dans le choix des couleurs, déterminer les probabilités des événements suivants :
A : "Le toit est rouge" ; B : "La porte et la fenêtre sont de ma même couleur" ;
C : "L'enfant a utilisé trois couleurs différentes" ; D : "L'enfant a utilisé au moins deux couleurs différentes" ; E : "L'enfant a utilisé au plus deux couleurs différentes".
4/ Sachant que l'enfant a colorié le toit en rouge, déterminer la probabilité de l'événement F : "la porte et la fenêtre sont de la même couleur".

<u>Exercice 10 :</u>

A la sortie du théâtre, on demande à une personne adulte choisie au hasard si elle a aimé la pièce.
On considère les événements H : "La personne interrogée est un homme" ; O : "La personne répond Oui".
1/ Décrire par des phrases les événements : $H \cap O$; $H \cup O$; $\overline{H}$; $\overline{O}$; $\overline{H} \cap \overline{O}$ et $\overline{H} \cup \overline{O}$.
2/ A l'aide des événements *H* et *O*, écrire les événements suivants :
A : "La personne est une femme".
B : "La personne est un homme ayant répondu non".
C : "La personne est une femme ou quelqu'un ayant répondu oui".

<u>Exercice 11 :</u>



I/ Soient *A* et *B* deux événements d'une expérience aléatoire dont l'univers est noté Ω.
1/ Pour chacun des événements ci-dessous, **reproduire** le graphique ci-contre, puis colorier l'événement cherché :
$C = \overline{A} \cup \overline{B}$; $D = \overline{A \cup B}$; $E = \overline{A \cap B}$; $F = \overline{A} \cap \overline{B}$.
2/ Que remarquez-vous ?
II/ Dans un jeu de carte, on tire une carte au hasard.
On considère les événements *A* : "Tirer un roi" et *B* : "Tirer un cœur".
1/ Décrire par une phrase les événements $C = \overline{A} \cup \overline{B}$; $D = \overline{A \cup B}$; $E = \overline{A \cap B}$; $F = \overline{A} \cap \overline{B}$.
2/ Retrouvez-vous la même remarque que celle du I/2/ ?

<u>Exercice 12 :</u>

I/ On donne $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.8$ et $P(A \cup B) = 0.9$. 1/ Calculer $P(A \cap B)$, $P(\overline{A})$ et $P(\overline{B})$.
2/ a/ A l'aide d'un schéma tel celui de l'exercice 11, montrer que $B = (B \cap A) \cup (B \cap \overline{A})$.
b/ Montrer que $A \cap B$ et $\overline{A} \cap B$ sont incompatibles.
c/ Montrer que $P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B)$.
d/ En déduire $P(\overline{A} \cap B)$.
II/ On sait que $P(\overline{C}) = 0.6$, $P(C \cap D) = 0.2$ et $P(C \cup D) = 0.9$. Calculer $P(C)$ puis $P(D)$.

<u>Exercice 13 :</u>

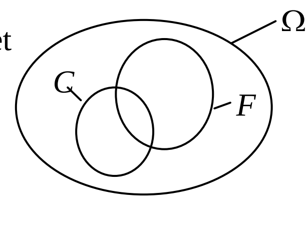
Fatia colorie au hasard chacune des faces d'un cube soit en rouge, soit en vert.
1/ Quel est le nombre de faces ? Quel est le nombre total de coloriages possibles ?
2/ On note *U* l'événement "Le cube est colorié des deux couleurs". Définir $\overline{U}$ et calculer sa probabilité.
3/ En déduire la probabilité de l'événement *U*.

<u>Exercice 14 :</u>

On place dans un sac quatre jetons marqués *A*, *B*, *C* et *D*. On tire au hasard, l'un après l'autre sans les remettre trois jetons du sac (On parle de *tirages successifs* ***sans*** *remise*).
1/ A l'aide d'un arbre, écrire toutes les issues possibles.
2/ On s'intéresse aux événements suivants :
E : "Le premier jeton tiré porte la lettre *B*" ; *F* : "Le jeton marqué *C* n'a pas été tiré".
Déterminer la probabilité de chacun des événements *E* et *F*.
3/ a/ Quelles sont les issues qui réalisent l'événement $E \cap F$?
b/ Déterminer la probabilité de l'événement $E \cap F$.
4/ Calculer la probabilité de l'événement $E \cup F$.
5/ Reprendre l'ensemble des questions précédentes en changeant l'expérience aléatoire: désormais, les trois tirages sont successifs et on remet dans le sac le jeton tiré une fois sa marque notée (On parle de *tirages successifs* ***avec*** *remise*). Les résultats sont-ils les mêmes ?

<u>Exercice 15 :</u>

A la cafétéria, dans la vitrine des pâtisseries, on convoite 35 gâteaux.
20 gâteaux sont à base de crème, 7 contiennent des fruits et 12 ne contiennent ni crème, ni fruits.
Devant la difficulté du choix, on choisit au hasard un gâteau de cette vitrine.
En vous servant du diagramme ci-contre où *C*="Le gâteau est à base de crème" et *F*="Le gâteau contient des fruits", calculer la probabilité que ce gâteau contienne :
1/ Au moins l'un des deux ingrédients (crème ou fruits).
2/ De la crème et des fruits.



Exercice 16 :

Une urne contient trois boules vertes, deux boules rouges et une boule bleue. On tire au hasard, successivement et avec remise, deux boules de l'urne et on note la couleur de chaque boule tirée.

On choisit de noter V1, V2 et V3 les trois boules vertes, R1 et R2 les deux boules rouges et B1 la boule bleue.

Le fait de tirer la boule V2 puis celle B1 sera notée par le couple (V2;B1).

1/ **Reproduire** et compléter le tableau ci-contre en notant dans chaque case le couple des deux boules successivement obtenues.

	V1	V2	V3	R1	R2	B1
V1						
V2						
V3						
R1						
R2						
B1						

2/ Quelle est la probabilité de chacune des issues qui apparaît dans le tableau ?

3/ Quelle est la probabilité d'avoir deux boules vertes ?

4/ Quelles est la probabilité d'avoir deux boules de couleur différentes ?

5/ On note A l'événement : "Le tirage contient au plus une boule rouge".

a/ Définir (d'une phrase) l'événement contraire $\overline{A}$.

b/ Calculer la probabilité $P(\overline{A})$.

c/ En déduire la probabilité de l'événement A.

Exercice 17 :

On lance deux dés cubiques bien équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6. L'un de ces dés est rouge, l'autre est vert. On considère les événements :

- A :"Les deux numéros sont identiques" ;
- B : "La somme des deux numéros est strictement supérieur à 7".

Le but est d'obtenir la probabilité de ces événements puis celle de $P(A \cup B)$.

Partie A : simulation sur Python à traiter sur le site capytale.

0/ Se connecter sur le site https://capytale2.ac-paris.fr puis entrer le code suivant : d693-23466.

1/ Proposer une fonction nommée simuler_de, sans paramètre, qui renvoie un nombre entier au hasard entre 1 et 6.

2/ On veut désormais simuler la répétition de 1000 lancers de dés.

a/ Quelle instruction en Python permet de la répétitions 1000 fois d'un même ensemble de tâches ?

b/ Compléter le code proposé dans le site pour le 2/ afin de simuler 1000 lancers de deux dés et de calculer le nombre de fois où les deux dés donnent deux numéros identiques.

c/ En déduire une valeur approchée de $P(A)$.

3/ a/ Copier-coller le code obtenu au 2/ puis le modifier afin de simuler 1000 lancers de deux dés et de calculer le nombre de fois où la somme des deux dés est strictement supérieur à 7.

b/ En déduire une valeur approchée de $P(B)$.

Partie B : calcul de probabilités

1/ Utiliser un tableau à double entrée pour écrire toutes les issues de cette expérience (comme dans l'exercice précédent).

2/ Déterminer $P(A)$, $P(B)$ et $P(A \cap B)$.

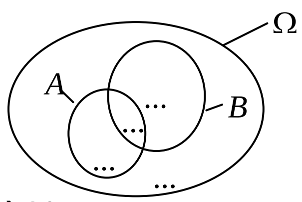
3/ Déterminer de deux manières différentes $P(A \cup B)$.

Exercice 18 :

On considère les événements A et B tels que $P(A) = 0.7$, $P(\overline{B}) = 0.5$ et $P(A \cap B) = 0.3$.

1/ Calculer $P(B)$, $P(\overline{A})$ puis $P(A \cup B)$.

2/ Utiliser le diagramme de Venn ci-contre pour déterminer $P(\overline{A} \cap B)$.



Exercice 19 :

On considère un dé icosaédrique dont les vingt faces triangulaires sont numérotées de 1 à 20.

On suppose que ce dé est bien équilibré : chaque face a la même probabilité d'être visible vue de dessus.

L'objectif est de déterminer la probabilité que la face visible vue de dessus soit un nombre qui divise 20. Cette probabilité est notée P_{20}.

Partie A : simulation en Python.

0/ Se connecter sur le site https://capytale2.ac-paris.fr puis entrer le code suivant : b37d-23468.

1/ Proposer une fonction nommée simuler_de, sans paramètre, qui renvoie un nombre entier aléatoire entre 1 et 20.

2/ On veut désormais simuler la répétition de 1000 lancers de ce dé icosaédrique.

a/ Quelle instruction en Python permet de la répétitions 1000 fois d'un même ensemble de tâches ?

b/ On admet que le test pour savoir si un nombre entier naturel non nul a divise un nombre entier b se note en langage Python : b%a == 0

Compléter le code suivant afin de simuler 1000 lancers de ce dé icosaédrique et de calculer le nombre de fois où le nombre obtenu divise 20. Aide : penser à utiliser la fonction simuler_de.

c/ Quelle probabilité P_{20} (la probabilité que la face visible vue de dessus soit un nombre qui divise 20) pouvez-vous conjecturer ?

Partie B : calcul de la probabilité.

3/ Déterminer l'ensemble des nombres compris entre 1 et 20 qui divisent 20.

4/ En déduire la valeur exacte de la probabilité P_{20} (la probabilité que la face visible vue de dessus soit un nombre qui divise 20).