

Exercices supplémentaires sur les puissances

Rappels de cours :

Définition : Pour $n \in \mathbb{N}$: $10^n = 10 \times 10 \times \dots \times 10$ n est appelé l'exposant.

puissances de 10 : $4 \times 10^6 = 4 \times \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{6 \text{ facteurs } 10}$ $3 \times 10^{-5} = 3 \times \frac{1}{10^5} = \frac{3}{10^5} = 0.00003$.
3 en 5^{ème} position derrière la virgule

Plus généralement : $a^n = a \times a \times \dots \times a$ (n facteurs)

avec par convention $a^0 = 1$ et $a^1 = a$.

Propriétés : Pour tout réel a non nul, $n \in \mathbb{Z}$, $p \in \mathbb{Z}$:

- Exposant négatif : $a^{-1} = \frac{1}{a}$ et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.
- Opérations sur les puissances : $a^n \times a^p = a^{n+p}$, $(a^n)^p = a^{n \times p}$ et $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$.
- Même exposant : $(a \times b)^n = a^n \times b^n$, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ et $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$.

Exercice 1 : (Réécriture de puissances de 10) (fondamental)

Écrire, dans chacun des cas, les nombres suivants sous forme décimale (= avec une éventuelle virgule) :
 $A = 10^5$; $B = 10^{-4}$; $C = 4 \times 10^3$; $D = 5 \times 10^{-7}$; $E = 1.23 \times 10^6$; $F = 23.45 \times 10^{-3}$.

Exercice 2 : (Simplifier des puissances de 10) (fondamental)

Écrire, dans chacun des cas, les nombres suivants sous la forme $a \times 10^n$ avec a et n deux nombres entiers, puis donner son écriture décimale (c'est-à-dire avec une virgule).

$$A = \frac{2 \times 10^{-3} \times 12 \times 10^2}{3 \times 10^7} ; B = (2 \times 10^{-2})^2 \times (10^{-2})^{-3} ; C = 150 \times 10^{-3} + 35 \times 10^{-2} ; D = \frac{3.9 \times (10^{-2})^4}{3 \times 10^{-5}} ; E = (0.01)^2.$$

Exercice 3 : (Simplifier les puissances) (confirmé)

Simplifier au mieux les puissances suivantes en utilisant les règles de calculs.

Mettre A , B et C sous la forme 2^m avec m un nombre entier relatif.

$$A = (-2)^4 ; B = -2^4 ; C = \left(\frac{1}{2}\right)^2.$$

Mettre D sous la forme $2^m \times 5^p$ avec m et p deux nombres entiers relatifs. $D = \left(\frac{2}{5}\right)^2$

Mettre D sous la forme $2^m \times 3^p$ avec m et p deux nombres entiers relatifs. $E = \left(\frac{-3}{-2}\right)^{-1}$.

Mettre F et G sous la forme 3^m avec m un nombre entier relatif. $F = 3^6 \times 3^{-2}$; $G = \frac{3^4 \times 3}{3^{-2}}$;

Exercice 4 : (Simplifier les puissances et étude du signe) (confirmé)

Simplifier les nombres suivants puis donner leur signe :

$$A = (-7)^8 ; B = -7^8 ; C = (-4)^3 ; D = (-3^{-2})^3 ; E = ((-2)^{-3})^{-1} - 1.$$

Exercice 5 : (Simplifier les puissances et écriture scientifique) (confirmé)

Calculer puis écrire sous écriture scientifique : $A = \frac{72 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^4}{15 \times 10^2 \times 4 \times 10^{-4}}$; $B = 0.0001 + \frac{2(10^5 \times 10^{-2})^2}{(10^3)^3}$.

Réponses :

Exercice 1 : $A = 100000$; $B = 0.0001$; $C = 4000$; $D = 0.0000005$; $E = 1230000$ et $F = 0.02345$.

Exercice 2 : $A = 8 \times 10^{-8} = 0.00000008$; $B = 4 \times 10^2 = 400$; $C = 0.5 = 5 \times 10^{-1}$; $D = 13 \times 10^{-4} = 0.0013$;
 $E = (10^{-2})^2 = 10^{-4} = 0.0001$.

Exercice 3 : $A = 2^4 = 16$; $B = -16$; $C = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$; $D = \frac{2^2}{5^2} = \frac{4}{25}$; $E = \frac{2}{3}$; $F = 3^4 = 81$; $G = 3^7 = 2187$;

Exercice 4 : $A = 7^8$: positif ; $B = -7^8$: négatif ; $C = -4^3$: négatif ; $D = -3^{-6}$: négatif ; $E = -9$: négatif.

Exercice 5 : $A = 2400 = 2.4 \times 10^3$; $B = 0.0021 = 2.1 \times 10^{-3}$.